

JE M'ÉCHAUFFE — Calcul mental

Fais ces calculs de tête, sans poser d'opération. Tu as 3 minutes ! (Révision de la 6ème.)

1.	$14 + 27 = \dots$	6.	$9 \times 6 = \dots$
2.	$60 - 18 = \dots$	7.	$3,5 + 2,5 = \dots$
3.	La moitié de 48 = ...	8.	$12,4 + 1,6 = \dots$
4.	Le double de 35 = ...	9.	Le quart de 100 = ...
5.	$7 \times 8 = \dots$	10.	$250 + 250 = \dots$

Corrigés (à lire à l'envers, après avoir cherché) : 1. 41 · 2. 42 · 3. 24 · 4. 70 · 5. 56 · 6. 54 · 7. 6 · 8. 14 · 9. 25 · 10. 500.

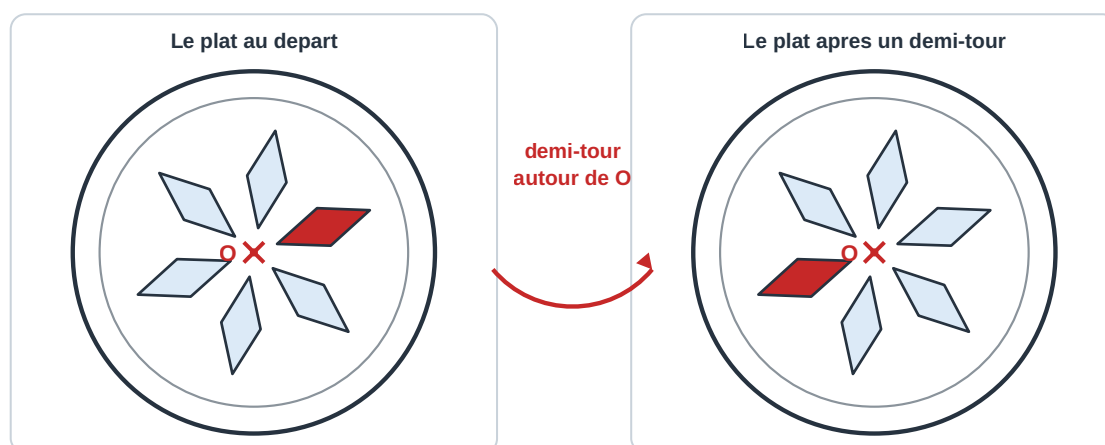


Figure 1 : Un plat en bronze. Après un demi-tour autour de O, il a exactement la même allure. Seul le pétale rouge permet de voir qu'il a tourné.

Regarde un beau plat en bronze, une roue de vélo, un ventilateur, ou les pétales de certaines fleurs. Dans tous ces objets, il existe un **point spécial** : si tu fais tourner l'objet d'un **demi-tour** autour de ce point, l'objet reprend exactement la même forme. Ce point, c'est un **centre de symétrie**.

Un demi-tour, c'est une demi-rotation : un tour complet fait 360 degrés, un demi-tour en fait la moitié, soit 180 degrés. Prends une feuille, pique la pointe de ton compas en un point O, et fais tourner la feuille jusqu'à ce qu'elle soit à l'envers : tu viens de faire un demi-tour autour de O.

Tu connais déjà la symétrie par pliage (la symétrie axiale) vue en 6ème. Cette année, tu découvres une nouvelle symétrie : la **symétrie centrale**, celle du demi-tour. Dans ce premier chapitre, tu apprends à

construire le symétrique d'un point, puis d'une figure entière, par rapport à un point. Tu verras ses propriétés et ses surprises au Chapitre 3.

SOMMAIRE

Sommaire du chapitre :

Leçon 1 : Symétrie d'un point par rapport à un point

Leçon 2 : Symétrie d'une figure par rapport à un point

UN PEU D'HISTOIRE

Le mot « symétrie » vient du grec *summetria*, qui signifie « juste mesure, bon équilibre entre les parties ». Depuis très longtemps, les artisans d'Afrique de l'Ouest utilisent la symétrie sans en connaître le nom mathématique. Les motifs du **Faso Dan Fani**, le pagne tissé du Burkina Faso, les décorations des plats en bronze coulés selon la technique de la cire perdue, ou encore les dessins gravés sur lesalebasses présentent souvent un équilibre parfait autour d'un point central.

Les mathématiciens ont donné un sens précis à cet équilibre. Quand on peut faire tourner une figure d'un demi-tour autour d'un point sans la changer, on dit qu'elle possède un **centre de symétrie**. C'est exactement ce que tu vas étudier.

CE QUE TU DOIS DEJA SAVOIR

Avant de commencer, vérifie que tu sais faire ces exercices. Les corrigés sont à la fin du chapitre.

Exercice P1. Trace un segment $[AB]$ de longueur 7 cm, puis place le milieu I de $[AB]$. Quelle est la longueur de $[AI]$? (Si tu hésites, lis le Rappel ci-dessous.)

Exercice P2. Trace une droite (d) et un point M qui n'est pas sur (d) . Construis le symétrique M' de M par rapport à la droite (d) (symétrie axiale, par pliage). (Si tu hésites, lis le Rappel ci-dessous.)

Exercice P3. Avec ton compas, reporte sur une demi-droite une longueur de 4 cm à partir de son origine.

Exercice P4. Vrai ou faux ? Le milieu d'un segment est à égale distance des deux extrémités.

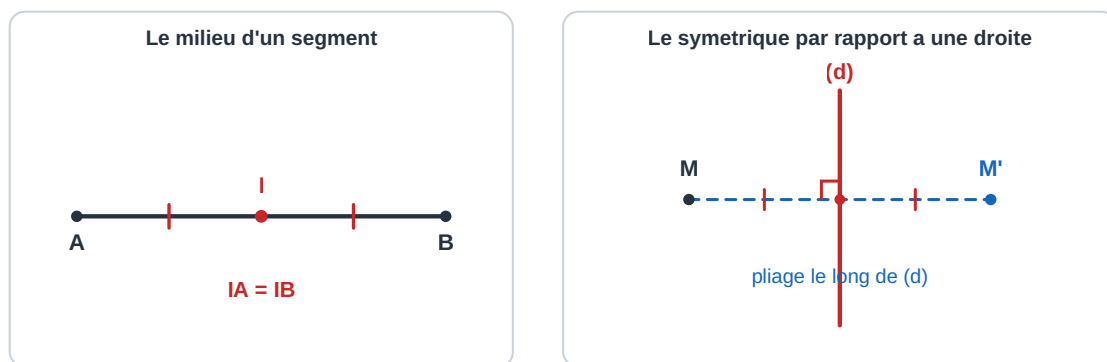


Figure 2 : Les deux outils de 6ème dont tu vas te servir dans tout le chapitre : le milieu d'un segment, et le symétrique par rapport à une droite.

RAPPEL — Le milieu d'un segment

Ce qu'il faut se souvenir. Le milieu I d'un segment $[AB]$ est le point de $[AB]$ situé à égale distance de A et de B . On a alors $AI = IB$, et le point I appartient au segment $[AB]$.

Mini-exemple. Si $AB = 10$ cm et I est le milieu de $[AB]$, alors $AI = IB = 10 \div 2 = 5$ cm.

Vérifie toi-même. $AB = 6$ cm, I milieu de $[AB]$. Combien vaut IB ?

Corrigé : $IB = 6 \div 2 = 3$ cm.

RAPPEL — La symétrie axiale (symétrie par pliage)

Ce qu'il faut se souvenir. Deux points M et M' sont symétriques par rapport à une droite (d) si (d) est la **médiatrice** du segment $[MM']$: (d) coupe $[MM']$ en son milieu et lui est perpendiculaire. On l'obtient « par pliage » le long de (d) .

Mini-exemple. Si tu plies la feuille le long de (d) , le point M vient se poser exactement sur M' .

Vérifie toi-même. Vrai ou faux : un point situé sur la droite (d) est son propre symétrique par rapport à (d) ?

Corrigé : Vrai. Un point de l'axe ne bouge pas par le pliage.

OBJECTIFS D'APPRENTISSAGE

A la fin de ce chapitre, tu seras capable de :

Savoir - Définir deux points symétriques par rapport à un point ;

- Nommer le centre de symétrie de deux points symétriques.

Savoir-faire théorique - Reconnaître quand deux points sont symétriques par rapport à un point ;

- Retrouver le centre quand on connaît un point et son symétrique ;
- Énoncer le programme de construction du symétrique d'une figure.

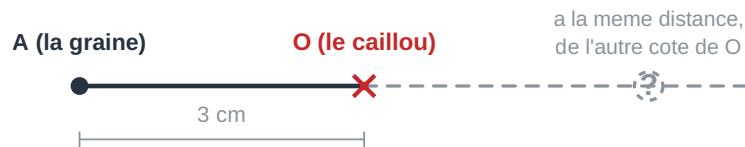
Savoir-faire pratique - Construire le symétrique d'un point par rapport à un point (à la règle graduée ; à la règle non graduée et au compas) ;

- Construire le symétrique d'un segment, d'une droite, d'un cercle, d'un triangle et d'une figure simple par rapport à un point.

LECON 1 : Symétrique d'un point par rapport à un point

Activité de découverte — Le jeu de l'awalé de Boureima

Boureima joue à l'awalé sous le manguier. Il a planté un petit caillou O sur le sol et posé une graine en un point A , à 3 cm du caillou. Son ami Moussa lui demande : « Pose une autre graine, exactement de l'autre côté du caillou, à la même distance, et bien alignée. »



Ou Boureima doit-il poser la deuxieme graine ?

Figure 3 : Le caillou O, la première graine A, et la place à trouver pour la seconde.

1. Place le point O, puis le point A à 3 cm de O.
2. Trace la demi-droite qui part de A et passe par O, et prolonge-la au-delà de O.
3. Sur ce prolongement, place le point A' tel que $OA' = 3$ cm.
4. Mesure AA' . Que remarques-tu pour le point O sur le segment $[AA']$?

(Ne regarde pas la réponse : c'est à toi de la découvrir.)

Ce que l'activité met en évidence

Moussa a donné trois consignes, et il en fallait bien trois : « bien alignée » impose la direction, « de l'autre côté » impose le sens, « à la même distance » impose la longueur. Enlève-en une seule, et la place de la deuxième graine n'est plus unique.

Une fois la graine posée, tu vois que ces trois conditions se résument en un mot connu depuis la 6ème : le caillou est **au milieu** des deux graines. C'est ce mot qui servira de définition. Fais tourner la feuille d'un demi-tour autour de O : la première graine se pose exactement sur la seconde.

Un demi-tour autour de O amene la figure jaune sur la figure bleue.

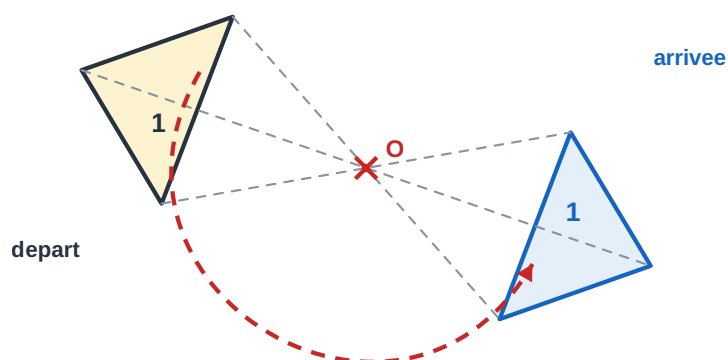


Figure 4 : Un demi-tour autour de O transporte la figure jaune sur la figure bleue.

CE QU'IL FAUT RETENIR

Définition. Deux points A et A' sont **symétriques par rapport à un point O** lorsque O est le **milieu** du segment $[AA']$.

Le point O s'appelle le **centre de symétrie**. On dit aussi que A' est le symétrique de A par rapport à O (et que A est le symétrique de A' par rapport à O).

Concrètement. A, O et A' sont **alignés**, O est **entre** A et A' , et $OA = OA'$. Comme O coupe $[AA']$ en deux moitiés égales, on a toujours $AA' = 2 \times OA$.

Cas particulier. Le symétrique du point O par rapport à O est O lui-même : c'est le seul point qui ne bouge pas dans le demi-tour.

» *Note étymologique : « centre » vient du grec kentron, « pointe, pivot » : c'est le point autour duquel tout tourne.*

Cette définition est courte parce qu'elle réutilise le milieu, vu en 6ème. Retiens qu'elle fonctionne **dans les deux sens** : si A' est le symétrique de A, alors A est le symétrique de A' . Il n'y a pas un point « de départ » et un point « d'arrivée », mais deux points qui se partagent le même milieu.

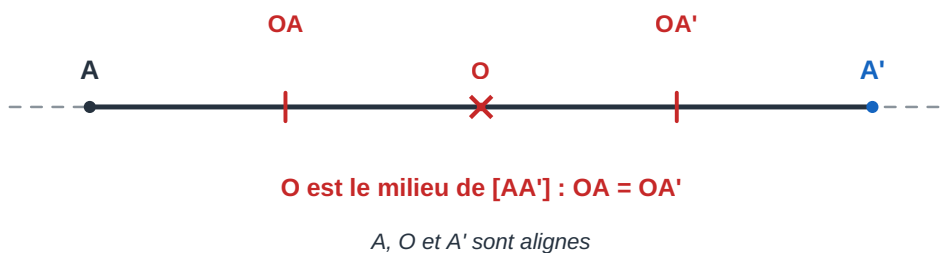


Figure 5 : La définition en image. Les petits traits rouges codent l'égalité $OA = OA'$.

METHODE : CONSTRUIRE LE SYMÉTRIQUE D'UN POINT A PAR RAPPORT À O

Méthode 1 : à la règle graduée.

Étape 1 : Trace la demi-droite $[AO)$ et prolonge-la au-delà de O.

Étape 2 : Mesure la longueur OA.

Étape 3 : Sur le prolongement, place A' tel que $OA' = OA$.

Méthode 2 : à la règle non graduée et au compas.

Étape 1 : Trace la droite (AO) .

Étape 2 : Pointe le compas en O, prends l'écartement OA, et trace un arc qui coupe la droite (AO) de l'autre côté de O.

Étape 3 : Le point d'intersection est A' .

LES DEUX CONSTRUCTIONS EN IMAGES

La première méthode demande une règle graduée : elle est la plus rapide quand les longueurs tombent juste. La seconde ne demande aucune mesure, car le compas garde l'écartement à ta place.

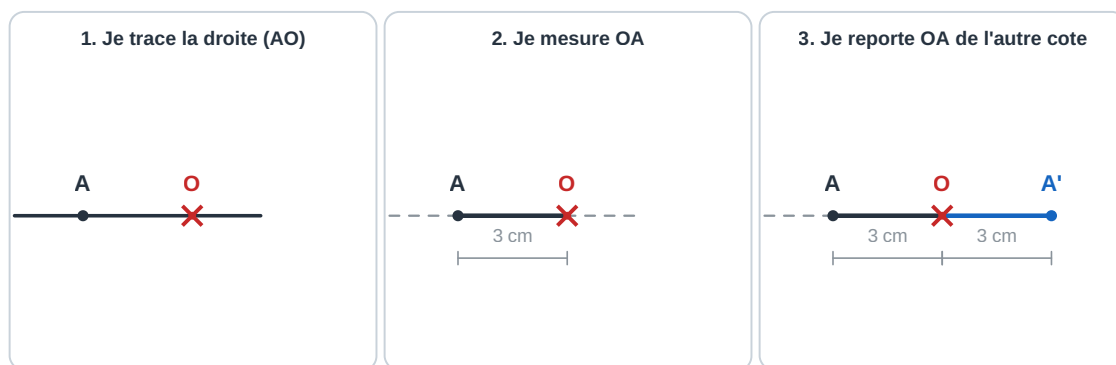


Figure 6 : Méthode 1, à la règle graduée, en trois étapes.

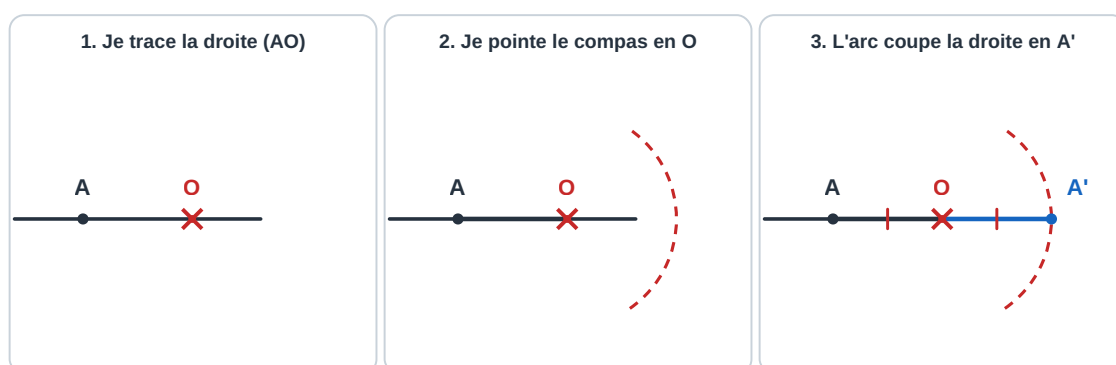


Figure 7 : Méthode 2, à la règle non graduée et au compas. L'écartement du compas ne change pas entre l'étape 2 et l'étape 3.

EXEMPLE RESOLU 1 : le symétrique d'un point situé à 4 cm du centre

Enoncé. O et A sont deux points tels que $OA = 4$ cm. Construis A' , symétrique de A par rapport à O, puis donne la longueur AA' .

Ce qu'on fait (explication)	Ce qu'on écrit (mathématiques)
Le point cherché est aligné avec A et O : on trace la droite qui passe par ces deux points, car A' s'y trouve forcément.	On trace la droite (AO).
Deux côtés sont possibles, mais la définition impose que O soit entre les deux points.	A' est sur (AO), et O est entre A et A'.
Comme O doit être le milieu, on reporte 4 cm au-delà de O.	$OA' = OA = 4$ cm.
Les deux moitiés mises bout à bout donnent la longueur totale.	$AA' = 4 + 4 = 8$ cm.

✓ **Vérification** : on mesure AA' ; on doit trouver 8 cm, et O doit tomber au milieu du trait.

EXEMPLE RESOLU 2 : les deux lampadaires de la place de Ziniaré

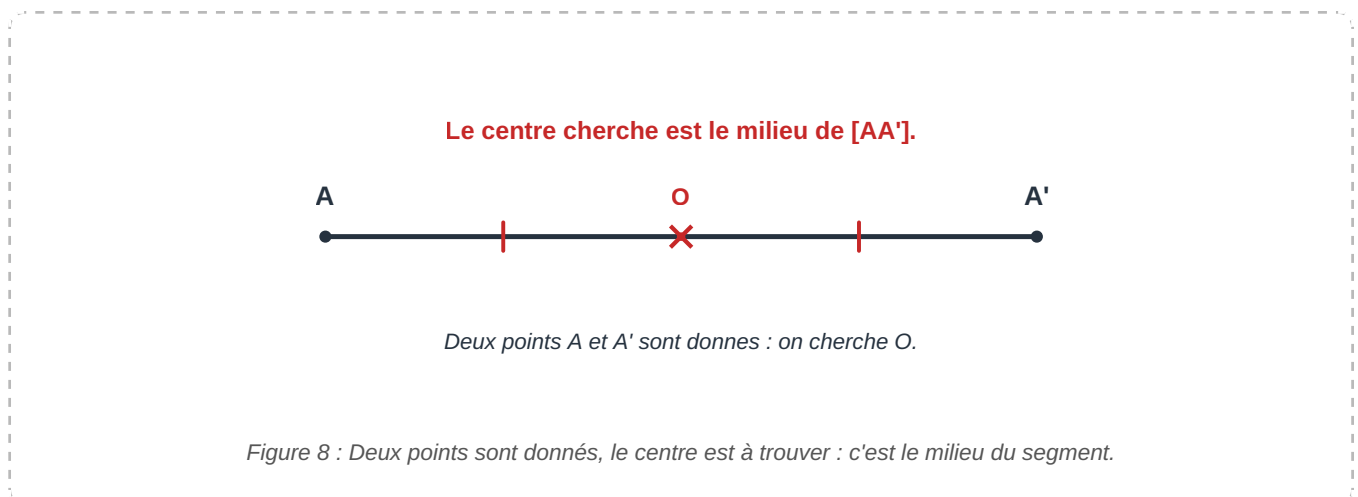
Enoncé. Sur la place de Ziniaré, un lampadaire est planté en A, à 3,5 m du mât O. La mairie en veut un second en A' , symétrique de A par rapport à O. Quelle distance séparera les deux lampadaires ? Sur un plan où 1 cm représente 1 m, à quelle distance du mât dessine-t-on A' ?

Ce qu'on fait (explication)	Ce qu'on écrit (mathématiques)
« Symétrique par rapport à O » veut dire que le mât est au milieu des deux lampadaires : le second est à la même distance du mât que le premier.	O est le milieu de $[AA']$, donc $OA' = OA = 3,5 \text{ m}$.
La distance cherchée est faite des deux moitiés mises bout à bout.	$AA' = 3,5 + 3,5 = 7 \text{ m}$.
Sur le plan, chaque mètre devient un centimètre.	Sur le plan : $OA' = 3,5 \text{ cm}$ et $AA' = 7 \text{ cm}$.

✓ **Vérification** : la moitié de 7 vaut $7 \div 2 = 3,5$, la distance de chaque lampadaire au mât. La distance entre un point et son symétrique vaut donc **le double** de la distance du point au centre.

RETROUVER LE CENTRE QUAND ON CONNAÎT LES DEUX POINTS

Jusqu'ici on connaissait A et O, et on cherchait A' . La question se pose aussi à l'envers : on connaît A et A' , et on cherche le centre. La définition ne dit qu'une chose : le centre **est** le milieu de $[AA']$. On trace donc $[AA']$, on mesure, on divise par 2, on marque le point. Il n'y a qu'un seul centre possible, car le milieu d'un segment est unique.



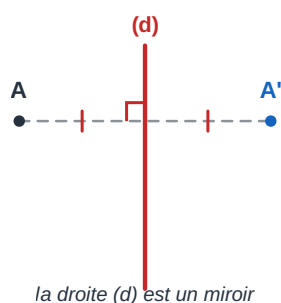
POURQUOI CA MARCHE : la construction au compas

Au compas, tu ne mesures rien du tout. Pourquoi obtiens-tu quand même le bon point ?

En pointant en O avec l'écartement OA, ton compas « garde en mémoire » cette longueur. L'arc que tu traces est fait de tous les points situés à la distance OA du centre O.

Cet arc coupe la droite (AO) en deux points : A lui-même, et un autre de l'autre côté de O. Ce second point est aligné avec A et O, il est au-delà de O, et $OA' = OA$. Les trois conditions de la définition sont remplies : c'est bien A' .

Symétrie axiale : pliage le long d'une droite



Symétrie centrale : demi-tour autour d'un point

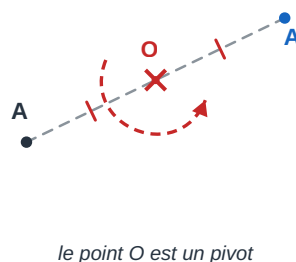


Figure 9 : Les deux symétries côte à côte. À gauche un miroir, à droite un pivot.

ATTENTION !

Ne confonds pas les deux symétries !

✗ **Symétrie axiale** (vue en 6ème) : pliage le long d'une **droite**. Ce qui compte, c'est l'angle droit avec l'axe.

✓ **Symétrie centrale** (cette année) : demi-tour autour d'un **point**. Ce qui compte, c'est l'alignement avec le centre, qui est le milieu de $[AA']$.

Deuxième piège. A' n'est jamais du même côté que A : il est au-delà de O.

Troisième piège. Si $OA = 3$ cm, alors $AA' = 6$ cm, et non 3 cm. OA n'est que la **moitié** du chemin.

À TOI DE JOUER !

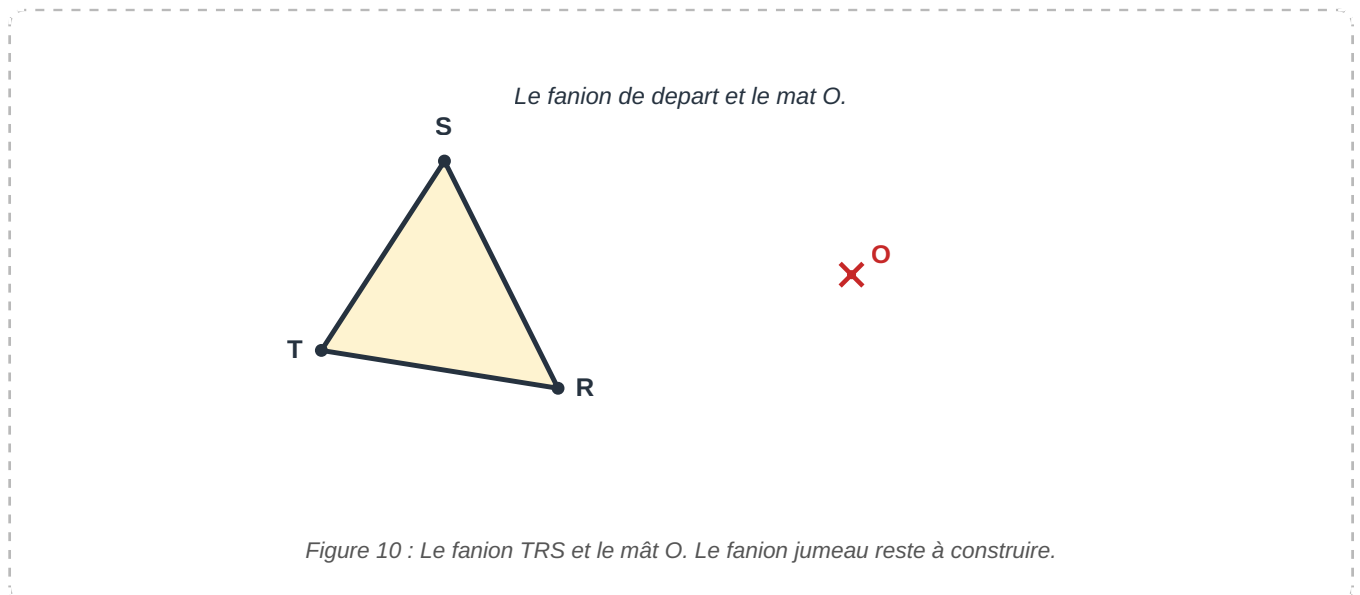
Exercice 1. Place deux points O et A tels que $OA = 3,5$ cm. Construis le symétrique A' de A par rapport à O, puis donne la longueur AA' .

Exercice 2. Place un point O. Place un point B tel que $OB = 2$ cm. Construis, à la règle non graduée et au compas, le symétrique B' de B par rapport à O.

LECON 2 : Symétrique d'une figure par rapport à un point

Activité de découverte — Le drapeau de l'école de Manga

À l'école de Manga, Awa doit dessiner, de l'autre côté d'un mât O, le même fanion que celui déjà dessiné, mais « tête-bêche » (comme après un demi-tour). Le fanion de départ est le triangle TRS.



1. Reproduis le triangle TRS et place un point O à côté.
2. Construis le symétrique de chacun des trois sommets T, R, S par rapport à O. Appelle-les T' , R' , S' .
3. Relie T' , R' , S' . Que peux-tu dire de la forme et de la taille du triangle obtenu ?

(A toi de chercher avant de lire la suite.)

Ce que l'activité met en évidence

Un triangle contient une infinité de points, et pourtant tu n'en as construit que trois. Cela suffit, parce que les côtés sont des segments : dès que leurs extrémités sont placées, la règle fait le reste. Construire le symétrique d'une figure, c'est donc construire celui de ses **points clés**, puis relier.

Deuxième constat, quand tu mesures : le triangle obtenu a exactement les mêmes longueurs de côtés que celui de départ. Il n'est ni plus grand, ni plus petit, ni déformé. Il est seulement retourné. Un demi-tour ne casse rien et n'étire rien : il déplace, c'est tout.

CE QU'IL FAUT RETENIR

Construire le symétrique d'une figure par rapport à un point O, c'est construire le symétrique de **chacun de ses points clés** par rapport à O, puis relier ces symétriques dans le même ordre.

Selon la figure de départ, les points clés changent :

- Le symétrique d'un **segment** $[AB]$ est le segment $[A'B']$: deux points clés, les extrémités. Il a la **même longueur**.
- Le symétrique d'une **droite** (d) est une droite (d') **parallèle** à (d) : deux points clés suffisent, car deux points définissent une droite.
- Le symétrique d'un **cercle** de centre C et de rayon r est le cercle de centre C' et de **même rayon** r : un seul point clé, le centre.
- Le symétrique d'un **triangle** est un triangle : trois points clés, les trois sommets.
- Le symétrique d'un **polygone** est un polygone de même nature : autant de points clés que de sommets.

» *Note étymologique : « symétrique » signifie littéralement « de même mesure » : la figure obtenue a la même taille que la figure de départ.*

Retiens le principe d'économie : on ne construit jamais plus de points qu'il n'en faut. Un seul pour un cercle, deux pour une droite, quatre pour un quadrilatère. Avant de commencer, demande-toi : « de combien de points ai-je besoin pour retracer cette figure ? »

Le symétrique d'un segment est un segment de même longueur.

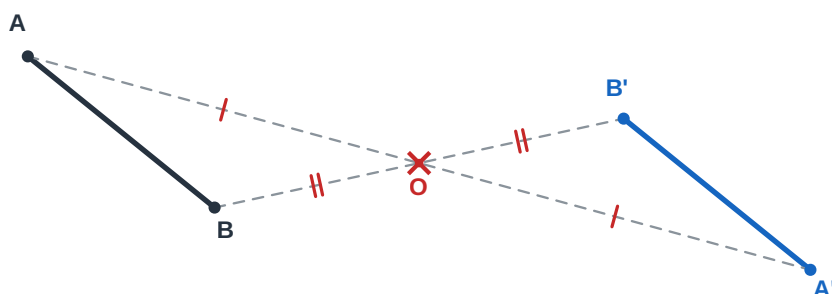
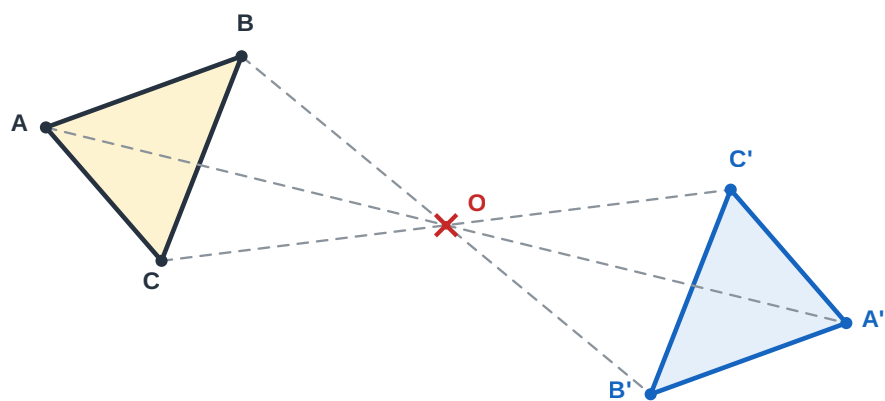
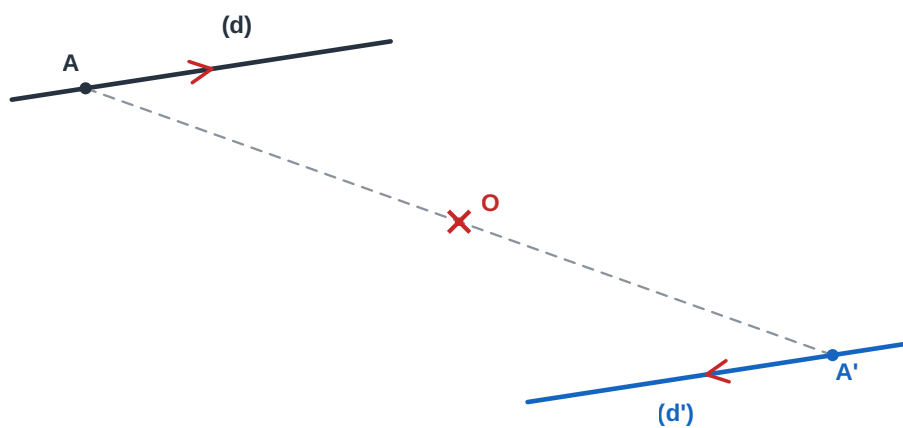


Figure 11 : Le symétrique d'un segment. Les traits rouges codent $OA = OA'$ et $OB = OB'$.



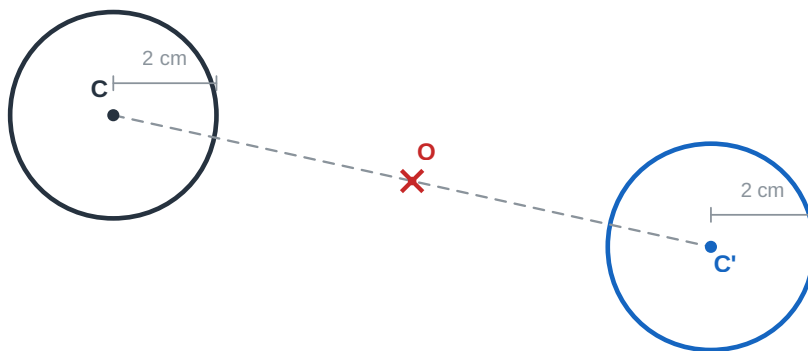
Chaque droite en pointilles passe par O , et O est le milieu.

Figure 12 : Le symétrique d'un triangle. Trois sommets, donc trois constructions.



Le symétrique d'une droite est une droite parallèle.

Figure 13 : Le symétrique d'une droite est une droite parallèle. Les chevrons rouges codent le parallélisme.



Le symétrique d'un cercle est un cercle de même rayon.

Figure 14 : Le symétrique d'un cercle est un cercle de même rayon. Seul le centre se construit.

METHODE : PROGRAMME DE CONSTRUCTION DU SYMÉTRIQUE D'UNE FIGURE

Étape 1 : Repère les **points clés** de la figure (les sommets, les extrémités, le centre d'un cercle).

Étape 2 : Construis le symétrique de **chaque** point clé par rapport à O.

Étape 3 : Relie les points obtenus dans le **même ordre** que la figure de départ.

Étape 4 : Vérifie : la figure symétrique a la même forme et la même taille, mais elle est « retournée » d'un demi-tour.

EXEMPLE RESOLU 1 : le symétrique d'un segment

Enoncé. Construis le symétrique du segment $[AB]$ par rapport à un point O extérieur à $[AB]$.

Ce qu'on fait (explication)	Ce qu'on écrit (mathématiques)
Un segment est déterminé par ses deux extrémités : ce sont elles, et elles seules, qu'il faut transporter.	Points clés : A et B.
On applique à A la construction de la Leçon 1 : droite (AO), puis report de OA de l'autre côté de O.	A' tel que O soit le milieu de $[AA']$.
On recommence le même geste pour B, avec le même centre O.	B' tel que O soit le milieu de $[BB']$.
Il ne reste plus qu'à joindre à la règle les deux points obtenus.	$[A'B']$ est le symétrique de $[AB]$.

✓ **Vérification :** en mesurant, on trouve $A'B' = AB$. Le segment a gardé sa longueur.

EXEMPLE RESOLU 2 : le carreau décoré de Dori

Enoncé. Sur un carreau décoratif, un artisan de Dori a dessiné un triangle EFG avec $EF = 4$ cm, $FG = 3$ cm et $GE = 5$ cm. Il veut tracer $E'F'G'$, symétrique de EFG par rapport au centre O du carreau. Combien de points doit-il construire ? Quel sera le périmètre de $E'F'G'$?

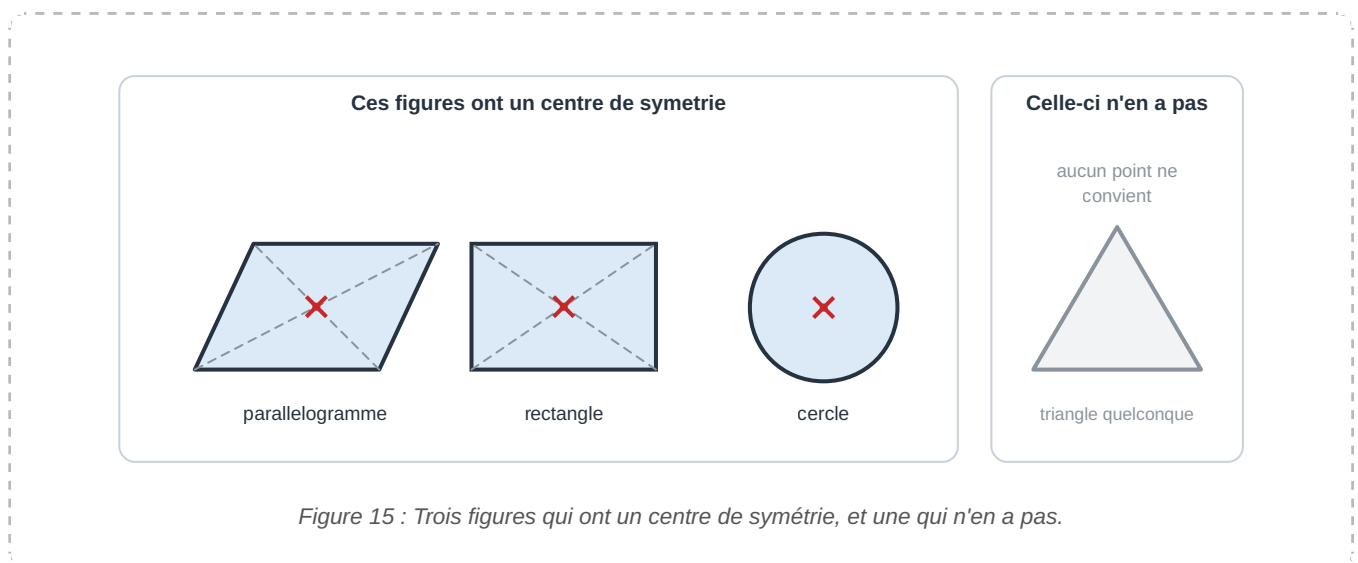
Ce qu'on fait (explication)	Ce qu'on écrit (mathématiques)
Un côté se retrace dès que ses extrémités sont placées : il n'y a donc que les trois sommets à construire.	Points clés : E, F et G, soit 3 constructions.
Chaque sommet est transporté avec le même centre O : on trace (EO) et on reporte OE au-delà de O, puis on recommence avec F et avec G.	O est le milieu de $[EE']$, de $[FF']$ et de $[GG']$.
Le symétrique d'un segment garde sa longueur : chaque côté mesure autant que celui qui lui correspond.	$E'F' = 4 \text{ cm}$; $F'G' = 3 \text{ cm}$; $G'E' = 5 \text{ cm}$.
Le périmètre est la somme des longueurs des trois côtés.	$P = 4 + 3 + 5 = 12 \text{ cm}$.

✓ **Vérification** : le triangle de départ a lui aussi pour périmètre $4 + 3 + 5 = 12 \text{ cm}$. C'est logique : aucun côté n'a changé de longueur.

LES FIGURES QUI SONT LEUR PROPRE SYMETRIQUE

Pour certaines figures, il existe un point O tel que le symétrique de la figure par rapport à O soit **la figure elle-même** : fais le demi-tour, et tu retrouves le même dessin, à la même place. On dit alors que O est un **centre de symétrie** de la figure.

Le plat en bronze de la page d'ouverture est dans ce cas, le cercle aussi (son centre convient), et le parallélogramme également (son centre est le croisement des diagonales). Un triangle quelconque, lui, n'a aucun centre de symétrie : essaie n'importe quel point, la figure ne retombe jamais sur elle-même.



Renvoi : cette notion de centre de symétrie d'une figure sera reprise et justifiée au **Chapitre 3**. Ici, contente-toi de l'observer et de la vérifier avec du papier calque.

POURQUOI CA MARCHE : pourquoi la figure ne change pas de taille

Le demi-tour se fait en bloc. Décalle ta figure, pique la pointe de ton compas en O, puis fais tourner le calque d'un demi-tour. Le calque n'est ni étiré ni plié : les traits gardent forcément leur longueur.

C'est pour cela que le symétrique d'un segment de 5 cm est un segment de 5 cm, celui d'un cercle de rayon 2 cm un cercle de rayon 2 cm, et celui d'un triangle rectangle un triangle rectangle. La démonstration, elle, viendra au Chapitre 3.

ATTENTION !

✗ Faux : construire le symétrique de chaque sommet avec un centre différent. Le centre O est le **même** pour tous les points de la figure.

✗ Faux : relier les points dans n'importe quel ordre. Si la figure de départ est le triangle ABC, il faut relier A' à B' , B' à C' , puis C' à A' .

✗ Faux : croire que la figure symétrique est plus petite parce qu'elle paraît « plus loin ». Un demi-tour ne change aucune longueur.

✓ Vrai : une fois tous les points clés construits, on trace exactement comme pour la figure de départ.

À TOI DE JOUER !

Exercice 3. Trace un segment $[MN]$ de 5 cm et place un point O au-dessus du segment. Construis le symétrique $[M'N']$ de $[MN]$ par rapport à O, puis mesure $M'N'$.

Exercice 4. Trace un triangle ABC quelconque et un point O à l'extérieur. Construis le triangle $A'B'C'$, symétrique de ABC par rapport à O.

AUTO-EVALUATION : Test de fin de chapitre

Barème : 20 points. Corrigés en fin de chapitre.

1. Complète : « Deux points A et A' sont symétriques par rapport à O lorsque O est le ... de $[AA']$. » (2 pts)
2. Vrai ou faux : le symétrique de O par rapport à O est O lui-même. (1 pt)
3. Vrai ou faux : dans une symétrie centrale, le centre est toujours le milieu du segment formé par un point et son symétrique. (1 pt)
4. $OA = 5$ cm et A' est le symétrique de A par rapport à O. Combien vaut AA' ? (2 pts)
5. Quelle est la différence entre la symétrie axiale et la symétrie centrale ? (2 pts)
6. Place O et A ($OA = 3$ cm), puis construis A' symétrique de A par rapport à O, à la règle graduée. (2 pts)
7. Refais la construction de la question 6, mais à la règle non graduée et au compas. (2 pts)
8. On donne deux points E et E' . Où se trouve le centre O qui les rend symétriques ? (2 pts)
9. Trace un segment $[EF]$ de 4 cm et un point O ; construis le symétrique de $[EF]$ par rapport à O. (2 pts)
10. Pour construire le symétrique d'un triangle, combien de points clés faut-il construire ? Et pour un cercle ? (2 pts)
11. Cite deux figures usuelles qui possèdent un centre de symétrie. (2 pts)

JE M'EXERCE

Leçon 1 : Symétrie d'un point

Exercice 5. Marque deux points D et E, puis construis le point I tel que D soit le symétrique de E par rapport à I.

Exercice 6. Marque deux points D et E, puis construis le point I tel que D soit le symétrique de I par rapport à E.

Exercice 7. Marque deux points distincts A et B, puis construis le point C tel que B soit le symétrique de C par rapport à A.

Exercice 8. Marque deux points distincts R et S, puis construis le point T tel que S soit le symétrique de R par rapport à T.

Exercice 9. Vrai ou faux ? Justifie chaque réponse.

- a) Si O est le milieu de $[AA']$, alors A' est le symétrique de A par rapport à O.
- b) Le symétrique du point O par rapport à O est le point O lui-même.
- c) Si $OA = OA'$, alors A' est forcément le symétrique de A par rapport à O.

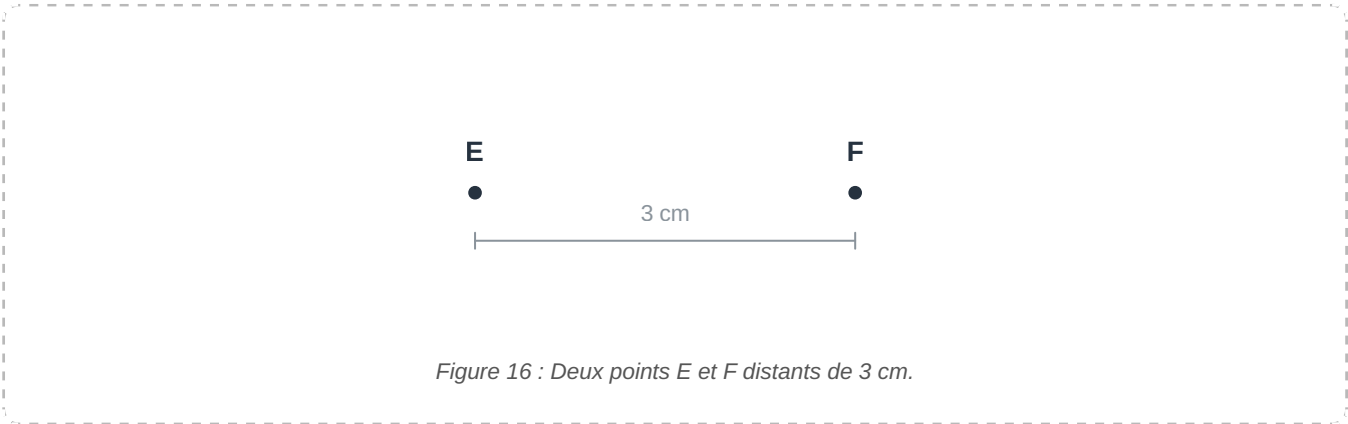
Exercice 10. A' est le symétrique de A par rapport à O et $AA' = 12$ cm. Combien mesure OA ?

Exercice 11. Trace une droite graduée d'unité 1 cm. Place le point A d'abscisse 2 et le point O d'abscisse 5. Quelle est l'abscisse du symétrique de A par rapport à O ?

Exercice 12. Place trois points alignés A, B, C dans cet ordre, avec $AB = 2$ cm et $BC = 3$ cm. Construis le symétrique de A par rapport à B, puis le symétrique de C par rapport à B.

Exercice 13. Place trois points A, B, C non alignés. Construis les symétriques A' , B' , C' de ces trois points par rapport à un même point O extérieur.

Exercice 14. Reproduis la figure ci-dessous, puis marque le point G, symétrique de E par rapport à F.



Exercice 15. Place les points A, B, C, E tels que : C est le symétrique de A par rapport à B ; E est le symétrique de A par rapport à C. Que remarques-tu pour les longueurs BA et BC, et pour l'alignement de A, B, C et E ?

Exercice 16. Place quatre points A, B, C, E tels que : C est le symétrique de A par rapport à B, puis E le symétrique de B par rapport à C. Les points A, B, C et E sont-ils alignés ?

Exercice 17. Complète le tableau : pour chaque point, on demande de construire son symétrique par rapport au point O donné.

Point	A	H	D	F
Symétrique par rapport à O	...	...	...	...

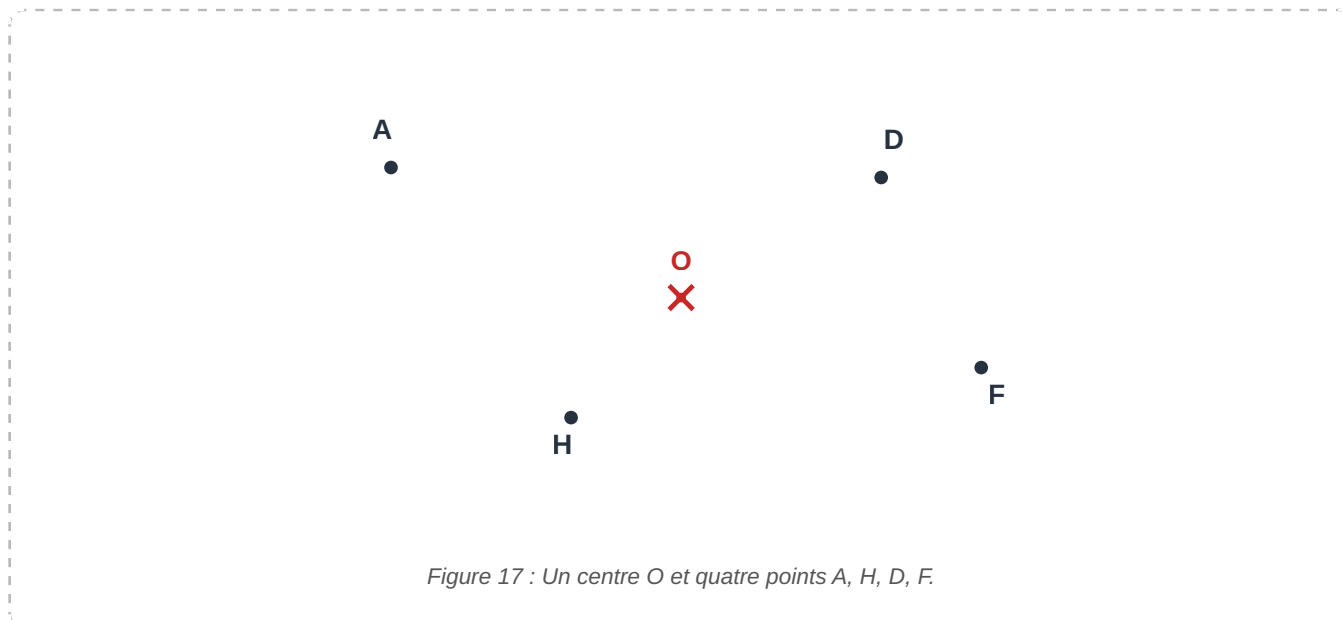


Figure 17 : Un centre O et quatre points A, H, D, F .

Exercice 18. Place un point O . Place trois points P, Q, R à des distances respectives 2 cm, 3 cm et 4 cm de O . Construis leurs symétriques P', Q', R' par rapport à O .

Exercice 19. Trouve l'erreur. Pour construire le symétrique de M par rapport à O , Salif trace la droite (MO) , puis pique son compas en M avec l'écartement MO et reporte cette longueur du côté de O . Il appelle N le point obtenu. Explique pourquoi N n'est pas le symétrique de M , dis quel point est réellement N , et donne la bonne construction.

Exercice 20. Reproduis un carré de 6 cm de côté et marque son centre O (croisement des diagonales). Sur un côté, marque un point A situé à 2 cm d'un sommet. Construis le symétrique de A par rapport à O : tombe-t-il lui aussi sur un côté du carré ?

Exercice 21. R et S sont deux points tels que $RS = 9$ cm. Le point T est le symétrique de R par rapport à S , et le point U est le symétrique de S par rapport à R . Fais la figure, puis calcule la longueur TU .

Exercice 22. Recopie et complète ce tableau, où A' désigne le symétrique de A par rapport à O .

OA	3 cm	...	7,5 cm	...
AA'	...	10 cm	...	13 cm

Exercice 23. Place deux points A et B tels que $AB = 6$ cm, puis place le point O , milieu de $[AB]$. Construis les symétriques A' et B' de A et de B par rapport à O . Que remarques-tu ?

Exercice 24. Trace un cercle de centre O et de rayon 3 cm, puis place un point A sur ce cercle. Construis le symétrique A' de A par rapport à O . Le point A' est-il lui aussi sur le cercle ? Explique.

Leçon 2 : Symétrie d'une figure

Exercice 25. Construis le symétrique du segment $[AB]$ suivant par rapport à O .

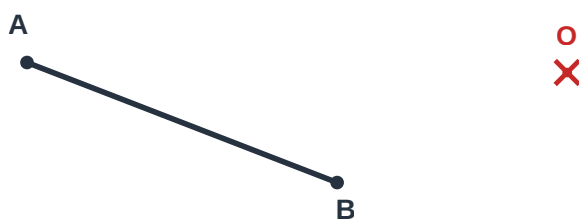


Figure 18 : Un segment $[AB]$ et un centre O hors du segment.

Exercice 26. ABC est un triangle équilatéral de 5 cm de côté. Marque un point O à l'extérieur de ce triangle.

- Construis le triangle $A'B'C'$, symétrique du triangle ABC par rapport à O .
- Quelle est la nature du triangle $A'B'C'$? (Tu répondras complètement après le Chapitre 3 ; donne ici ce que tu observes en mesurant.)

Exercice 27. Reproduis la figure, puis :

- marque le point G , symétrique de E par rapport à F ;
- construis les points M, N, P symétriques de E, F, G par rapport à la droite (D) .



Figure 19 : Une droite (D) et deux points E, F .

Exercice 28. Construis les points M' et E' , symétriques respectifs de M et E par rapport à un point P . Construis ensuite N' et F' , symétriques de N et F par rapport à P .

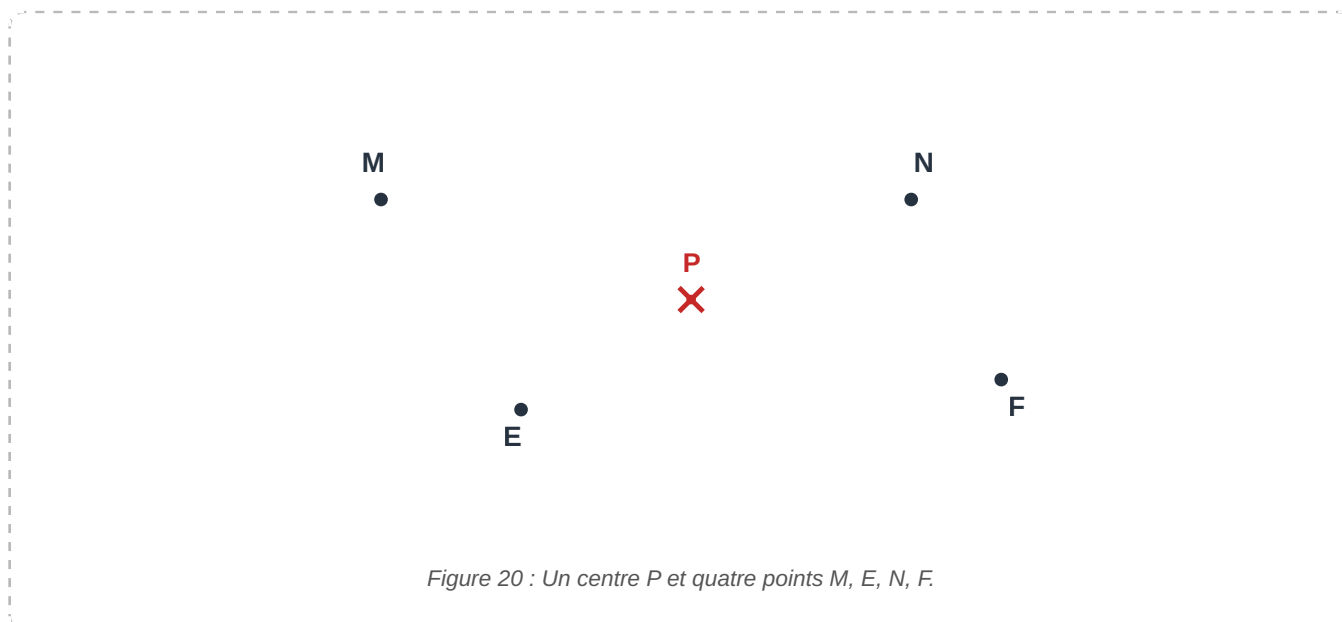


Figure 20 : Un centre P et quatre points M, E, N, F .

Exercice 29. Construis un triangle RST tel que $RS = 4$ cm, $ST = 3$ cm et $RT = 5$ cm. Place le point O , milieu de $[RS]$, puis construis le symétrique du triangle RST par rapport à O .

Exercice 30. Trace un segment $[AB]$ de 6 cm, puis place sur ce segment le point O tel que $OA = 2$ cm. Construis le symétrique $[A'B']$ de $[AB]$ par rapport à O . Les deux segments se recouvrent-ils en partie ?

Exercice 31. Vrai ou faux ? « Pour construire le symétrique d'un carré par rapport à un point, il suffit de construire les symétriques de ses quatre sommets. » Justifie.

Exercice 32. Trace une droite (d) et place un point O qui n'appartient pas à (d) . Place deux points E et F sur (d) , construis leurs symétriques par rapport à O , puis trace la droite $(E'F')$: c'est le symétrique de (d) par rapport à O .

Exercice 33. Place deux points E et C , ainsi qu'un point D . Construis le point E' , symétrique de E par rapport à D , et le point C' , symétrique de C par rapport à D . Que peux-tu dire des droites (EC) et $(E'C')$? (Réponds en observant ; la justification viendra au Chapitre 3.)

Exercice 34. Trace un triangle IJK rectangle en I . Place un point O à l'extérieur. Construis les points E, F, G symétriques de I, J, K par rapport à O . Trace le triangle EFG : que remarques-tu en mesurant ses côtés et ses angles ?

Exercice 35. Trace un triangle LMN quelconque, puis construis son symétrique par rapport au point M , puis son symétrique par rapport au milieu du segment $[LM]$.

Exercice 36. Soit MRL un triangle isocèle de sommet principal M . Le point S est le symétrique de L par rapport à M , et le point F est le symétrique de R par rapport à M . Fais la figure.

Exercice 37. On considère un parallélogramme $MNPQ$. Construis-le, puis construis son symétrique par rapport à un point O extérieur.

Exercice 38. ABC est un triangle. Construis le symétrique du segment $[AB]$ par rapport à un point G que tu places, puis construis le symétrique du point E (un point que tu places aussi) par rapport au point A , à l'aide du compas.

Exercice 39. Reprends l'exercice 38, mais construis le symétrique du point L (que tu places) par rapport au point C à l'aide de la règle graduée. Justifie ta méthode de construction.

Exercice 40. Construis un carré ABCD de 3 cm de côté, puis construis son symétrique par rapport au sommet C. Combien de sommets du carré de départ restent à leur place ?

Exercice 41. $[M'N']$ est le symétrique de $[MN]$ par rapport à un point O. On sait que $MN = 6$ cm et $OM = 2,5$ cm. Donne, sans construire, les longueurs OM' , $M'N'$ et MM' .

Exercice 42. Trouve l'erreur. Pour construire le symétrique d'un rectangle ABCD par rapport à un point O, Awa construit correctement les quatre points A' , B' , C' , D' , puis les relie dans l'ordre A' , C' , B' , D' . Sa figure n'est pas un rectangle. Explique pourquoi et dis ce qu'il fallait faire.

Exercice 43. Construis un losange ABCD de 4 cm de côté et note O le point d'intersection de ses diagonales. Construis le symétrique du losange par rapport à O. Que remarques-tu ?

Exercice 44. A Tenkodogo, Aminata brode sur un coussin carré un petit oiseau au point A. Elle veut broder un second oiseau au symétrique de A par rapport au centre O du coussin. Sur ton cahier, place O et A avec $OA = 4,5$ cm, construis la position du second oiseau et donne la distance qui sépare les deux oiseaux.

Exercice 45. Trace un triangle ABC quelconque. a) Construis le triangle $A_1B_1C_1$, symétrique de ABC par rapport à A. b) Construis ensuite le triangle $A_2B_2C_2$, symétrique de $A_1B_1C_1$ par rapport à B. c) Mesure les côtés des trois triangles : que constates-tu ?

J'APPROFONDIS

Maths et vie quotidienne

Exercice 46 (Maths et vie quotidienne). Sur une carte du quartier, la maison de Fatimata est au point M et l'école au point O (le centre du quartier). La pharmacie est exactement au symétrique de la maison par rapport au centre O. Place M et O ($OM = 6$ cm sur ton cahier), puis construis l'emplacement P de la pharmacie. Quelle est la distance MP ?

Exercice 47 (Maths et vie quotidienne). Un menuisier de Bobo-Dioulasso veut percer deux trous symétriques par rapport au centre O d'une planche. Le premier trou est en A, à 8 cm de O. Construis sur ton cahier (échelle 1 cm pour 2 cm) la position du second trou A' . Quelle distance sépare réellement les deux trous ?

Exercice 48 (Maths et vie quotidienne). Pour décorer une porte, Rasmata place un clou décoratif au point A, puis veut placer un second clou au symétrique de A par rapport au centre O de la porte. Explique, étape par étape, comment elle peut le faire avec seulement une règle et un compas.

Exercice 49 (Maths et vie quotidienne). Sur un terrain de jeu, deux piquets P et Q sont plantés. On veut planter un troisième piquet R tel que Q soit le symétrique de P par rapport à R. Où faut-il planter R ? Construis-le ($PQ = 7$ cm) et indique la position de R par rapport à $[PQ]$.

Exercice 50 (Maths et vie quotidienne). Sur le plan d'un verger de Dédougou, 1 cm représente 5 m. Le puits est au point O et un manguier est planté en M, à 4 cm du puits sur le plan. On veut planter un second manguier au symétrique de M par rapport au puits. Construis-le sur ton cahier, puis calcule la distance réelle entre les deux manguiers.

Exercice 51 (Maths et vie quotidienne). Une menuisière de Ouahigouya perce deux trous A et B dans une planche, symétriques l'un de l'autre par rapport au centre O de la planche. Elle mesure $AB = 36$ cm. A quelle distance du centre se trouve chacun des deux trous ?

J'écris et j'explique

Exercice 52 (J'écris et j'explique). Ousmane affirme : « Le symétrique d'un point A par rapport à O, c'est le même que le symétrique de A par rapport à une droite passant par O. » Es-tu d'accord ? Rédige une réponse claire en expliquant la différence entre symétrie centrale et symétrie axiale.

Exercice 53 (J'écris et j'explique). Une élève a construit le point A' « symétrique de A par rapport à O », mais elle a placé A' du même côté que A sur la droite (AO). Explique pourquoi sa construction est fautive et comment la corriger.

Exercice 54 (J'écris et j'explique). Rédige un programme de construction complet, en quatre phrases numérotées, permettant à un camarade qui ne voit pas ta figure d'obtenir le symétrique d'un triangle par rapport à un point O.

Exercice 55 (J'écris et j'explique). Un élève affirme : « Quand le centre O est un sommet de la figure, la figure et son symétrique n'ont aucun point commun. » A-t-il raison ? Explique ta réponse en t'appuyant sur un exemple.

Pour aller plus loin

Exercice 56. Trace un quadrilatère quelconque ABCD et un point O extérieur. Construis son symétrique $A'B'C'D'$ par rapport à O. Combien de points clés as-tu dû construire ?

Exercice 57. Trace un cercle de centre C et de rayon 2 cm, et un point O extérieur. Construis le symétrique du centre C par rapport à O, puis trace le cercle symétrique (même rayon). Que remarques-tu sur la taille des deux cercles ?

Exercice 58. Trace un triangle ABC quelconque, puis place les milieux I de [AB], J de [BC] et K de [AC]. Construis le symétrique de ABC par rapport à I, puis par rapport à J, puis par rapport à K. Quelle figure obtient-on en réunissant le triangle de départ et ses trois symétriques ?

Exercice 59. Trace un segment [AB] de 7 cm. Combien existe-t-il de points O tels que le symétrique de A par rapport à O soit le point B ? Justifie ta réponse.

Exercice 60. Une figure et son symétrique par rapport à un point O se recouvrent exactement. Que peut-on dire du point O pour cette figure ? Cite deux figures usuelles pour lesquelles cela arrive.

Exercice 61. Construis un rectangle ABCD tel que $AB = 6$ cm et $BC = 4$ cm, puis note O le point d'intersection de ses diagonales. a) Construis le symétrique de ABCD par rapport à O. b) Construis le symétrique de ABCD par rapport à A. c) Compare les deux figures obtenues.

SITUATIONS D'INTÉGRATION

Compétence visée : résoudre, dans des situations d'artisanat, de décoration et d'aménagement, des problèmes de placement de repères, de contrôle de mesures et de commande de matériel, en mobilisant la symétrie centrale.

Ressources mobilisées : définition de deux points symétriques par rapport à un point ; le centre est le milieu du segment ; relation $AA' = 2 \times OA$; construction du symétrique d'un point à la règle graduée ; construction à la règle non graduée et au compas ; recherche du centre à partir de deux points ; construction du symétrique d'un segment, d'un triangle et d'un polygone ; conservation des longueurs ; centre de symétrie d'une figure.

Moment d'évaluation : à la fin du chapitre, une fois les deux leçons traitées. Corrigés-types et grille de correction en fin de chapitre.

Situation d'intégration 1 : Le plat en bronze de Ouagadougou. Dans un atelier de bronze d'art de Ouagadougou, Salif coule un plat rond de 30 cm de diamètre, qui pèse 1,4 kg. Il grave un premier soleil au point A , à 6 cm du centre O du plat. Le second soleil doit venir se poser exactement sur le premier lorsqu'on fait tourner le plat d'un demi-tour autour de O . Sur le carnet de commande, son apprenti a écrit : « les deux soleils seront écartés de 6 cm ». Dis à Salif si cette note est juste, et corrige-la s'il le faut.

Situation d'intégration 2 : Le repère du pagne de Koudougou. A Koudougou, Zoénabo tisse une bande de Faso Dan Fani large de 40 cm, qu'elle vendra 15 000 FCFA. Elle y a brodé deux étoiles, l'une en M , l'autre en N , puis a marqué au crayon un repère O sur le segment $[MN]$. Le décor doit rester le même après un demi-tour autour de ce repère. Zoénabo mesure $MN = 18$ cm et $OM = 7$ cm. Tranche la question du repère et indique-lui, s'il le faut, où le déplacer.

Situation d'intégration 3 : Les poinçons de la sacoche de Kaya. A Kaya, Rasmata décore une sacoche en cuir vendue 12 000 FCFA et livrable le 10 mai. Sur le rabat, elle a tracé une bande droite de 10 cm dont O est le milieu, puis martelé un premier poinçon en A , à 3,5 cm de O . Le poinçon jumeau doit être le symétrique de A par rapport à O . Sa règle graduée est cassée : il ne lui reste qu'une règle sans graduation et un compas. Aide Rasmata à placer ce second poinçon, et dis-lui s'il tiendra sur la bande.

Situation d'intégration 4 : Les volutes du portail de Banfora. A Banfora, la sucrerie fait forger un portail de 90 kg dont le motif doit rester identique après un demi-tour autour du point O . Sur le plan, dessiné le 3 février, 1 cm représente 30 cm réels : une première volute y figure en A , à 3 cm de O , et la seconde sera son symétrique par rapport à O . Une barre droite reliera les deux volutes. L'atelier ne vend que des barres de 1,50 m et des barres de 2 m. Conseille le ferronnier sur la barre à commander.

Situation d'intégration 5 : Le motif de la porte de Gaoua. A Gaoua, en pays Lobi, un sculpteur grave sur une porte en bois de 2 m de haut un triangle ABC tel que $AB = 12$ cm, $BC = 9$ cm et $CA = 15$ cm. Pour que la porte garde le même dessin après un demi-tour autour de son centre O , il doit graver le motif jumeau, symétrique du premier par rapport à O . Son apprenti, qui travaille avec trois gouges, prétend que ce second motif sera plus long à graver. Tranche entre le sculpteur et son apprenti.

Situation d'intégration 6 : Les allées du jardin de Fada N'Gourma. A Fada N'Gourma, une école de 320 élèves aménage un jardin en forme de losange $ABCD$ autour d'un puits situé en O , croisement des deux diagonales. Les piquets A et B sont déjà plantés, avec $OA = 4$ m et $OB = 3$ m ; les piquets C et D manquent. Le directeur veut border de gravier les deux allées $[AC]$ et $[BD]$, et a fait livrer 15 m de bordure. Le puits a 12 m de profondeur. Montre aux jardiniers où planter C et D , puis dis au directeur si la livraison suffit.

TROUVE L'ERREUR

Un camarade a écrit ces solutions. Trouve chaque erreur, explique-la, puis corrige.

Ce qu'il a écrit (X faux)	Pourquoi c'est faux, et la correction
Le symétrique de A par rapport à O est sur la demi-droite [OA), du même côté que A	Non : A' est de L'AUTRE côté de O, sur la droite (OA), avec $OA' = OA$.
J'ai plié le long d'une droite pour trouver le symétrique	La symétrie CENTRALE est un demi-tour autour d'un POINT, pas un pliage le long d'une droite (ça, c'est la symétrie axiale de 6ème).
$OA = 3$ cm donc $AA' = 3$ cm	O est le milieu de $[AA']$: $AA' = 2 \times OA = 6$ cm.
Le symétrique d'un cercle de rayon 3 cm est un cercle de rayon 6 cm	Un demi-tour ne change aucune longueur : le rayon reste 3 cm. Seul le centre change de place.

BILAN DU CHAPITRE

Mots-clés :

- **Symétrie centrale** : transformation par demi-tour autour d'un point (Leçon 1). *Du grec summetria, « juste mesure ».*
- **Centre de symétrie** : le point O autour duquel se fait le demi-tour ; il est le milieu de $[AA']$ (Leçon 1).
- **Demi-tour** : rotation d'un demi-tour, soit 180 degrés, autour d'un point (Leçon 1).
- **Symétrique d'un point** : le point A' tel que O soit le milieu de $[AA']$ (Leçon 1).
- **Symétrique d'une figure** : figure obtenue en construisant le symétrique de chaque point clé (Leçon 2).
- **Point clé** : sommet, extrémité ou centre qu'il suffit de construire pour retracer toute la figure (Leçon 2).
- **Programme de construction** : suite ordonnée d'étapes pour construire une figure (Leçon 2).

L'essentiel à retenir

A et A' sont symétriques par rapport à O signifie : **O est le milieu de $[AA']$** . On en déduit $AA' = 2 \times OA$. Pour construire A' , on trace la droite (AO) et on reporte la longueur OA de l'autre côté de O (à la règle graduée, ou au compas). Si l'on connaît A et A' mais pas le centre, on prend le milieu de $[AA']$. Pour le symétrique d'une figure, on construit le symétrique de chaque point clé, puis on relie dans le même ordre (voir l'exemple résolu 1 de la Leçon 2). Le symétrique d'un segment est un segment de même longueur, celui d'une droite une droite parallèle, celui d'un cercle un cercle de même rayon.

FICHE DE RÉVISION

Tout le chapitre en bref. A relire avant un devoir.

Définition. A' est le symétrique de A par rapport à O si O est le **milieu** de $[AA']$.

Longueur. $AA' = 2 \times OA$.

Construire au compas. Trace la droite (AO), prolonge-la au-delà de O, reporte OA de l'autre côté.

Retrouver le centre. Si A et A' sont donnés, O est le milieu de $[AA']$.

Demi-tour. La symétrie centrale fait tourner la figure d'un demi-tour, soit 180 degrés, autour du centre O.

Ne pas confondre. Symétrie axiale (6ème) : miroir le long d'une droite. Symétrie centrale (5ème) : demi-tour autour d'un point.

Symétrique d'une figure. Construis le symétrique de chaque point clé, puis relie dans le même ordre. Segment : segment de même longueur. Droite : droite parallèle. Cercle : cercle de même rayon.

CORRIGES

Corrigés « Ce que tu dois déjà savoir »

P1. $AI = 7 \div 2 = 3,5$ cm. **P2.** Construction : M' tel que (d) soit la médiatrice de $[MM']$. **P3.** Reporter 4 cm au compas à partir de l'origine. **P4.** Vrai.

Corrigés de l'auto-évaluation

1. milieu. **2.** Vrai. **3.** Vrai. **4.** $AA' = 2 \times 5 = 10$ cm. **5.** La symétrie axiale est un pliage le long d'une droite ; la symétrie centrale est un demi-tour autour d'un point. **6.** Construction à la règle graduée ($OA' = OA = 3$ cm). **7.** Même point A' obtenu au compas. **8.** Le centre O est le milieu de $[EE']$. **9.** $[E'F']$ avec O milieu de $[EE']$ et de $[FF']$; on mesure $E'F' = 4$ cm. **10.** Trois points clés pour un triangle (les trois sommets) ; un seul pour un cercle (son centre). **11.** Par exemple le cercle et le parallélogramme (le rectangle, le losange et le carré conviennent aussi).

Corrigés des exercices impairs

Ex. 1. A' est sur la droite (AO), de l'autre côté de O, avec $OA' = 3,5$ cm ; donc $AA' = 2 \times 3,5 = 7$ cm.

Ex. 3. $[M'N']$ tel que O soit le milieu de $[MM']$ et de $[NN']$; on mesure $M'N' = 5$ cm.

Ex. 5. « D est le symétrique de E par rapport à I » signifie que I est le milieu de [DE] : on trace [DE] et on place I au milieu.

Ex. 7. « B est le symétrique de C par rapport à A » signifie que A est le milieu de [BC] : on trace la droite (AB), puis on place C de l'autre côté de A avec $AC = AB$.

Ex. 9. a) Vrai : c'est exactement la définition du symétrique. b) Vrai : O est le milieu de [OO], donc O est son propre symétrique. c) Faux : il faut de plus que A, O et A' soient alignés et que O soit **entre** A et A' . Tous les points situés à la distance OA du point O sont sur un même cercle de centre O, et un seul d'entre eux est le symétrique de A.

Ex. 11. Le point O est le milieu de $[AA']$. Pour aller de 2 à 5, on avance de 3 ; il faut donc avancer encore de 3 après 5. L'abscisse cherchée est $5 + 3 = 8$. Vérification : le milieu de 2 et de 8 est bien $(2 + 8) \div 2 = 5$.

Ex. 13. On trace (AO), (BO) et (CO), et on reporte sur chacune la distance au point O, de l'autre côté de O. On obtient A' , B' et C' .

Ex. 15. B est le milieu de [AC], donc $BA = BC$. C est le milieu de [AE], donc $CA = CE$. Tous ces points sont construits sur la droite (AB) : A, B, C et E sont alignés.

Ex. 17. Chaque symétrique se place sur la droite qui joint le point à O, de l'autre côté de O, à la même distance de O que le point de départ.

Ex. 19. Le compas piqué en M avec l'écartement MO coupe la droite (MO), du côté de O, exactement au point O : Salif retrouve donc le point O lui-même, et non le symétrique de M. La bonne construction consiste à piquer le compas **en O** (et non en M), avec l'écartement OM, puis à reporter cette longueur sur la droite (MO) de l'**autre** côté de O.

Ex. 21. S est le milieu de [RT], donc $ST = SR = 9$ cm. R est le milieu de [SU], donc $RU = RS = 9$ cm. Les quatre points sont sur la même droite, dans l'ordre U, R, S, T, avec $UR = RS = ST = 9$ cm. Donc $TU = 9 + 9 + 9 = 27$ cm.

Ex. 23. O est le milieu de [AB] : le symétrique de A par rapport à O est donc B, et le symétrique de B est A. On obtient $A' = B$ et $B' = A$. Le segment [AB] est son propre symétrique par rapport à son milieu.

Ex. 25. $[A'B']$ avec O milieu de $[AA']$ et de $[BB']$; on vérifie en mesurant que $A'B' = AB$.

Ex. 27. a) F est le milieu de [EG] : on place G sur la droite (EF), de l'autre côté de F, avec $FG = FE$. b) M, N et P s'obtiennent par pliage le long de (D) : la droite (D) est la médiatrice de [EM], de [FN] et de [GP].

Ex. 29. On construit le symétrique de chacun des trois sommets par rapport à O. Comme O est le milieu de [RS], le symétrique de R est S et le symétrique de S est R : il n'y a donc qu'un seul point à construire, T' . Le triangle image est SRT' ; en mesurant, on retrouve les longueurs 4 cm, 3 cm et 5 cm.

Ex. 31. Vrai. Un carré est entièrement déterminé par ses quatre sommets : on construit A' , B' , C' et D' , puis on relie A' à B' , B' à C' , C' à D' et D' à A' , dans le même ordre que sur la figure de départ. Les quatre côtés se placent alors tout seuls.

Ex. 33. D est le milieu de $[EE']$ et de $[CC']$. En observant la figure, les droites (EC) et $(E'C')$ sont parallèles.

Ex. 35. Premier symétrique : on construit les symétriques de L et de N par rapport à M ; le point M, lui, ne bouge pas. Deuxième symétrique : on appelle I le milieu de [LM], puis on construit les symétriques de L, M et N par rapport à I.

Ex. 37. On construit les symétriques M' , N' , P' et Q' des quatre sommets par rapport à O, puis on relie dans le même ordre. $M'N'P'Q'$ est un parallélogramme de mêmes dimensions que MNPQ.

Ex. 39. On trace la droite (LC), on mesure LC à la règle graduée, puis on reporte cette même longueur au-delà de C : on obtient L' tel que $CL' = CL$. La méthode est correcte car elle place L' sur la droite (LC), de l'autre côté de C et à la même distance de C : le point C est donc bien le milieu de $[LL']$.

Ex. 41. O est le milieu de $[MM']$, donc $OM' = OM = 2,5$ cm et $MM' = 2 \times 2,5 = 5$ cm. Le symétrique d'un segment est un segment de même longueur, donc $M'N' = MN = 6$ cm.

Ex. 43. Dans un losange, les diagonales se coupent en leur milieu O. Le symétrique de A est donc C, celui de B est D, celui de C est A et celui de D est B. On retrouve exactement le même losange : le losange est sa propre figure symétrique par rapport à O.

Ex. 45. a) On construit les symétriques de B et de C par rapport à A ; le point A, lui, ne bouge pas. b) On recommence avec le centre B sur les trois sommets de $A_1B_1C_1$. c) En mesurant, les trois triangles ont les mêmes longueurs de côtés : un demi-tour ne change aucune longueur, et on en a fait deux à la suite.

Ex. 47. A l'échelle 1 cm pour 2 cm, les 8 cm réels se dessinent $8 \div 2 = 4$ cm : on place A à 4 cm de O sur le cahier, puis A' à 4 cm de O de l'autre côté. Sur le cahier, $AA' = 4 + 4 = 8$ cm, ce qui représente $8 \times 2 = 16$ cm réels.

Ex. 49. « Q est le symétrique de P par rapport à R » signifie que R est le milieu de [PQ]. Il faut donc planter R au milieu du segment [PQ], avec $PR = RQ = 7 \div 2 = 3,5$ cm.

Ex. 51. Les deux trous sont symétriques par rapport à O : le point O est donc le milieu de [AB]. Chaque trou est à la distance $36 \div 2 = 18$ cm du centre de la planche.

Ex. 53. La construction est fautive parce que la définition impose que O soit le **milieu** de $[AA']$, donc que O soit **entre** A et A' . En plaçant A' du même côté que A, l'élève met les deux points du même côté de O : le point O n'est plus entre eux, il ne peut donc pas en être le milieu. Pour corriger : garder la droite (AO), mais reporter la longueur OA à partir de O **dans l'autre sens**.

Ex. 55. Il a tort. Si le centre O est un sommet de la figure, ce sommet est son propre symétrique : il appartient donc à la fois à la figure et à son image. Par exemple, si on construit le symétrique du carré ABCD par rapport à son sommet C, le point C reste à sa place et les deux carrés se touchent en C.

Ex. 57. On construit C' , symétrique de C par rapport à O, puis on trace le cercle de centre C' et de rayon 2 cm. Les deux cercles ont exactement la même taille : un demi-tour ne change pas les longueurs, donc le rayon reste 2 cm.

Ex. 59. Il n'existe qu'un seul point O convenable : le milieu de [AB]. En effet, dire que B est le symétrique de A par rapport à O, c'est dire que O est le milieu de [AB] ; or un segment n'a qu'un seul milieu. Ici $AO = OB = 7 \div 2 = 3,5$ cm.

Ex. 61. a) Le point O est le milieu de [AC] et de [BD] : le symétrique de A est C, celui de B est D, celui de C est A et celui de D est B. La figure image se superpose exactement au rectangle de départ. b) Avec le centre A, le point A reste en place et on construit B', C', D' : on obtient un second rectangle de 6 cm sur 4 cm, qui ne touche le premier qu'au point A. c) Les deux images ont la même forme et la même taille que ABCD, mais elles ne sont pas placées pareil : tout dépend de la position du centre choisi.

Corrigés des situations d'intégration (corrigés-types)

Situation 1 (Ouagadougou). Dire que le second soleil se pose sur le premier après un demi-tour autour de O, c'est dire que les deux soleils sont symétriques par rapport à O : le centre O est donc le milieu du segment qui les joint. Le second soleil se grave sur la droite (AO), de l'autre côté de O : on prolonge (AO) au-delà de O et on reporte $OA' = OA = 6$ cm. La distance qui sépare les deux soleils vaut alors $AA' = 6 + 6 = 12$ cm, c'est-à-dire le double de OA. L'apprenti a confondu la distance au centre avec la distance entre les deux gravures. **La note du carnet est fautive : il faut y écrire 12 cm, et non 6 cm.** Le diamètre du plat et sa masse sont des données parasites.

Situation 2 (Koudougou). Pour que le décor se retrouve à l'identique après un demi-tour autour de O, les deux étoiles doivent être symétriques par rapport à O : le repère doit donc être le milieu de [MN]. Ce milieu se trouve à $18 \div 2 = 9$ cm de M. Or le repère de Zoénabo est à $OM = 7$ cm de M, donc à $18 - 7 = 11$ cm de N : les deux distances ne sont pas égales, le point marqué n'est pas le milieu. En le décalant de $9 - 7 = 2$ cm vers N, il sera à 9 cm de chaque étoile. **Le repère est mal placé : Zoénabo doit le déplacer de 2 cm en direction de N.** La largeur de la bande et le prix du pagne sont des données parasites.

Situation 3 (Kaya). Le second poinçon est le symétrique A' de A par rapport à O. Sans règle graduée, on trace la droite (AO), on pointe le compas en O avec l'écartement OA, puis on trace un arc qui coupe (AO) de l'autre côté de O : le point obtenu est A' . Tous les points de cet arc sont à la distance OA de O, donc

$OA' = OA = 3,5$ cm et les deux poinçons seront séparés de $AA' = 3,5 + 3,5 = 7$ cm. La bande mesure 10 cm et O en est le milieu : il y a donc $10 \div 2 = 5$ cm de part et d'autre de O . Comme 3,5 cm est inférieur à 5 cm, le poinçon jumeau tombe sur la bande, à $5 - 3,5 = 1,5$ cm de son extrémité. **Oui, le second poinçon tient sur la bande.** La date de livraison et le prix de la sacoche sont des données parasites.

Situation 4 (Banfora). Les deux volutes sont symétriques par rapport à O , donc O est le milieu du segment qui les joint. Sur le plan, on trace (AO) et on reporte $OA' = OA = 3$ cm au-delà de O : les deux volutes sont alors distantes de $3 + 3 = 6$ cm sur le plan. Chaque centimètre du plan représentant 30 cm réels, la distance réelle vaut $6 \times 30 = 180$ cm, c'est-à-dire 1,80 m. La barre de 1,50 m est trop courte, puisque 1,50 m est inférieur à 1,80 m, et elle ne pourrait pas joindre les deux volutes. **Le ferronnier doit commander la barre de 2 m : elle couvre les 1,80 m nécessaires et laisse 0,20 m de reste.** La masse du portail et la date du plan sont des données parasites.

Situation 5 (Gaoua). Le motif jumeau est le triangle $A'B'C'$, symétrique de ABC par rapport à O . Il n'y a que trois points clés à construire : pour chaque sommet, on trace la droite qui le joint à O , on reporte la distance de l'autre côté de O , puis on relie A' , B' et C' dans le même ordre. Un demi-tour ne déforme ni n'étire la figure : chaque côté garde sa longueur, donc $A'B' = 12$ cm, $B'C' = 9$ cm et $C'A' = 15$ cm. Le premier motif demande $12 + 9 + 15 = 36$ cm de trait, le second aussi : la différence est $36 - 36 = 0$.

L'apprenti a tort : les deux motifs demandent exactement la même longueur de gravure, soit 36 cm chacun. La hauteur de la porte et le nombre de gouges sont des données parasites.

Situation 6 (Fada N'Gourma). Dans un losange, les diagonales se coupent en leur milieu : le puits O est donc le milieu de $[AC]$ et de $[BD]$. Le piquet C est le symétrique de A par rapport à O , et le piquet D celui de B . On trace (AO) et on reporte $OC = OA = 4$ m au-delà de O , puis on trace (BO) et on reporte $OD = OB = 3$ m au-delà de O . Les deux allées mesurent alors $AC = 4 + 4 = 8$ m et $BD = 3 + 3 = 6$ m, ce qui demande $8 + 6 = 14$ m de bordure en tout. **La livraison suffit : les 15 m couvrent les 14 m nécessaires, et il restera 1 m de bordure.** L'effectif de l'école et la profondeur du puits sont des données parasites.

Grille de correction APC

Le barème, identique pour les six situations. Chacun des trois critères minimaux vaut 3 points et compte 6 indicateurs observables ; le critère de perfectionnement vaut 1 point et en compte 3. Conversion : 0 à 1 indicateur validé $\rightarrow$ **0 pt** ; 2 à 3 $\rightarrow$ **1 pt** (partiel) ; 4 à 5 $\rightarrow$ **2 pts** (maîtrisé) ; 6 $\rightarrow$ **3 pts**. L'élève est déclaré **compétent** si aucun critère minimal n'est à 0 et si un seul au plus est au niveau partiel. S'il est compétent, on ajoute le critère de perfectionnement (validé si au moins 2 de ses 3 indicateurs le sont) et un **bonus de 1 point** ; sinon, ni perfectionnement ni bonus. La note est plafonnée à 10, puis multipliée par 2 pour le bulletin.

CP — Perfectionnement (les six situations). La production est claire, bien organisée et grammaticalement correcte ; la démarche est concise, sans calcul inutile ; la conclusion est mise en évidence et soigneusement présentée.

Situation 1 — Le plat en bronze de Ouagadougou

- **C1 Pertinence** : a traduit « se poser sur le premier après un demi-tour autour de O » par une symétrie de centre O ; a compris que O est le milieu du segment joignant les deux soleils ; a retenu la donnée utile $OA = 6$; a vu que la question porte sur la distance entre les deux gravures, et non sur leur

distance au centre ; a choisi de construire le symétrique de A avant de juger la note ; a écarté le diamètre du plat et la masse du plat.

- **C2 Outils** : a tracé la droite (AO) et l'a prolongée au-delà de O ; a reporté la longueur OA au-delà de O ; a obtenu $OA' = 6$; a placé A' de sorte que O soit entre A et A' ; a calculé $AA' = 6 + 6 = 12$; a contrôlé le double par $2 \times 6 = 12$.
- **C3 Cohérence** : a enchaîné définition, construction puis calcul sans étape manquante ; a exprimé toutes les longueurs en centimètres ; a jugé plausible un écart de 12 cm sur un plat de 30 cm de diamètre ; a confronté les 12 cm trouvés aux 6 cm écrits par l'apprenti ; a formulé nettement que la note est fausse ; a donné à Salif la valeur corrigée à porter sur le carnet.

Situation 2 — Le repère du pagne de Koudougou

- **C1 Pertinence** : a traduit « le décor reste le même après un demi-tour » par une symétrie de centre O entre les deux étoiles ; a compris que le bon repère est le milieu de $[MN]$; a retenu les deux données utiles $MN = 18$ et $OM = 7$; a vu qu'il faut comparer la position marquée à la position attendue ; a prévu de fournir un déplacement, et pas seulement un jugement ; a écarté la largeur de la bande et le prix du pagne.
- **C2 Outils** : a calculé la demi-longueur $18 \div 2 = 9$; a calculé $ON = 18 - 7 = 11$; a constaté l'inégalité $7 \neq 11$; a calculé l'écart $9 - 7 = 2$; a repéré sur $[MN]$ le point situé à 9 de M ; a vérifié par $7 + 2 = 9$ et $18 - 9 = 9$.
- **C3 Cohérence** : a mené le raisonnement du milieu jusqu'au déplacement à effectuer ; a exprimé toutes les distances en centimètres ; a jugé cohérent un décalage de 2 cm sur un décor de cette taille ; a comparé $OM = 7$ cm à la valeur attendue 9 cm ; a conclu sans ambiguïté que le repère est mal placé ; a indiqué à Zoénabo le sens et la valeur du déplacement.

Situation 3 — Les poinçons de la sacoche de Kaya

- **C1 Pertinence** : a reconnu une symétrie de centre O entre les deux poinçons ; a tenu compte de l'impossibilité de mesurer, la règle graduée étant cassée ; a choisi la construction à la règle non graduée et au compas ; a retenu que la bande mesure 10 et que O en est le milieu ; a vu que la question porte aussi sur un débordement possible ; a écarté la date de livraison et le prix de la sacoche.
- **C2 Outils** : a tracé la droite (AO) sans rien mesurer ; a pointé le compas en O avec l'écartement OA ; a tracé l'arc qui coupe (AO) au-delà de O et nommé A' ; a obtenu $OA' = 3,5$ puis $AA' = 3,5 + 3,5 = 7$; a calculé la demi-longueur de la bande $10 \div 2 = 5$; a calculé la marge $5 - 3,5 = 1,5$.
- **C3 Cohérence** : a enchaîné construction, position sur la bande puis conclusion ; a exprimé les longueurs en centimètres ; a jugé raisonnable un écart de 7 cm entre deux poinçons de sacoche ; a comparé 3,5 cm à la demi-longueur 5 cm de la bande ; a répondu explicitement par oui ; a précisé à Rasmata la marge de 1,5 cm qui reste jusqu'au bord.

Situation 4 — Les volutes du portail de Banfora

- **C1 Pertinence** : a reconnu que les deux volutes sont symétriques par rapport à O ; a compris que le plan est réduit et qu'il faut revenir aux dimensions réelles ; a retenu les données utiles $OA = 3$ et « 1

pour 30 » ; a compris que la barre doit couvrir toute la distance entre les volutes ; a choisi de calculer avant de désigner une barre ; a écarté la masse du portail et la date du plan.

- **C2 Outils** : a tracé (AO) et reporté OA au-delà de O ; a obtenu $OA' = 3$ sur le plan ; a calculé $AA' = 3 + 3 = 6$ sur le plan ; a multiplié $6 \times 30 = 180$; a effectué $180 \div 100 = 1,80$; a calculé le reste $2 - 1,80 = 0,20$.
- **C3 Cohérence** : a enchaîné plan, passage au réel puis choix de la barre ; a distingué les centimètres du plan des mètres du portail ; a jugé plausibles deux volutes écartées de 1,80 m sur un portail ; a comparé 1,80 m aux longueurs 1,50 m et 2 m ; a désigné une seule barre, sans hésitation ; a expliqué au ferronnier pourquoi la barre courte est à écarter.

Situation 5 — Le motif de la porte de Gaoua

- **C1 Pertinence** : a identifié les trois sommets comme seuls points clés à construire ; a reconnu la symétrie de centre O entre les deux motifs ; a compris que l'affirmation de l'apprenti porte sur la longueur à graver ; a mobilisé le fait qu'un demi-tour ne modifie aucune longueur ; a choisi de comparer les deux longueurs totales pour trancher ; a écarté la hauteur de la porte et le nombre de gouges.
- **C2 Outils** : a construit A' par la droite (AO) et le report de OA au-delà de O ; a construit B' et C' avec le même centre O ; a relié A' , B' puis C' dans le même ordre ; a reporté $A'B' = 12$, $B'C' = 9$ et $C'A' = 15$; a calculé $12 + 9 + 15 = 36$; a calculé la différence $36 - 36 = 0$.
- **C3 Cohérence** : a enchaîné construction, conservation des longueurs puis comparaison ; a exprimé les longueurs gravées en centimètres ; a jugé cohérent un motif de 36 cm de trait sur une porte ; a comparé les deux longueurs totales, égales à 36 cm ; a tranché nettement en faveur du sculpteur ; a expliqué à l'apprenti que le demi-tour ne change rien à la longueur du travail.

Situation 6 — Les allées du jardin de Fada N'Gourma

- **C1 Pertinence** : a relié « puits au croisement des diagonales » au centre de symétrie du losange ; a compris que C est le symétrique de A et D le symétrique de B ; a retenu les données utiles $OA = 4$ et $OB = 3$; a vu que les allées sont les deux diagonales entières, et non leurs moitiés ; a choisi de comparer la longueur totale des allées à la quantité livrée ; a écarté l'effectif de l'école et la profondeur du puits.
- **C2 Outils** : a placé C sur la droite (AO) au-delà de O avec $OC = 4$; a placé D sur la droite (BO) au-delà de O avec $OD = 3$; a calculé $AC = 2 \times 4 = 8$; a calculé $BD = 2 \times 3 = 6$; a additionné $8 + 6 = 14$; a calculé le reste $15 - 14 = 1$.
- **C3 Cohérence** : a enchaîné placement des piquets, calcul des allées puis conclusion ; a exprimé toutes les longueurs en mètres ; a jugé réaliste un jardin scolaire dont les allées mesurent 8 m et 6 m ; a comparé les 14 m nécessaires aux 15 m livrés ; a annoncé clairement que la livraison suffit ; a signalé au directeur le mètre de bordure qui restera.