

## JE M'ÉCHAUFFE — Calcul mental

A faire de tête, en 2 à 3 minutes. Les corrigés sont en bas de page.

|    |                             |     |                                        |
|----|-----------------------------|-----|----------------------------------------|
| 1. | $(-6) + (+9)$               | 9.  | $3^2$                                  |
| 2. | $(-4) + (-7)$               | 10. | $10^3$                                 |
| 3. | $(-5) \times (+4)$          | 11. | $2^4$                                  |
| 4. | $(-8) \times (-2)$          | 12. | $10^2 \times 10$                       |
| 5. | $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ | 13. | Périmètre d'un carré de 7 cm           |
| 6. | $\frac{2}{3}$ de 30         | 14. | Aire d'un rectangle 6 cm $\times$ 5 cm |
| 7. | Simplifie $\frac{8}{12}$    | 15. | Moitié de 84                           |
| 8. | $\frac{3}{5} \times 10$     | 16. | Double de 45                           |

Corrigés : \*\* 1. + 3 · 2. - 11 · 3. - 20 · 4. + 16 · 5.  $\frac{3}{4}$  · 6. 20 · 7.  $\frac{2}{3}$  · 8. 6 · 9. 9 · 10. 1 000 · 11. 16 · 12. 1 000 · 13. 28 cm · 14. 30 cm · 15. 42 · 16. 90

Les rues d'un lotissement : les unes parallèles, les autres perpendiculaires

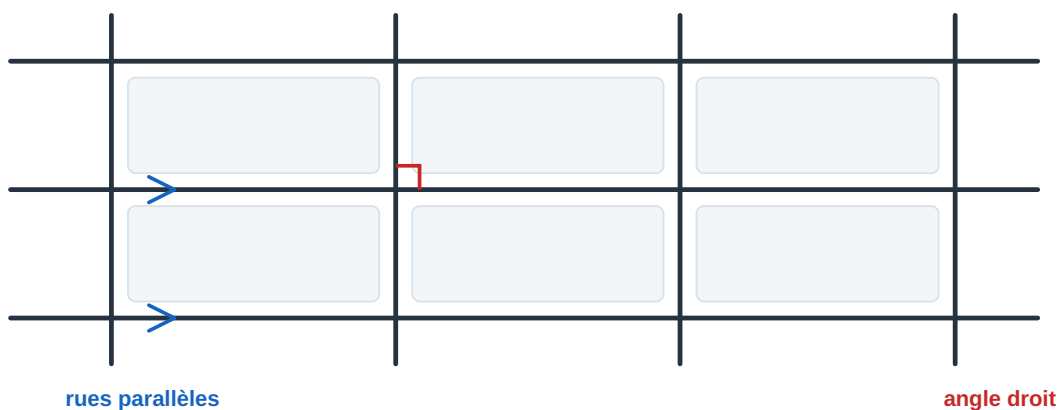


Figure 1 : Un quartier en damier : les rues sont soit parallèles, soit perpendiculaires.

Regarde autour de toi : les rangées d'un champ bien labouré, les fils d'un pagne tissé, les rues d'un lotissement, les côtés d'une fenêtre. Partout, des droites se côtoient. Certaines ne se rencontrent jamais : elles sont **parallèles**. D'autres se croisent, parfois en formant un angle droit : elles sont **perpendiculaires**.

En 5ème, tu reconnaissais ces positions sur un dessin. Cette année, tu vas apprendre à les **démontrer** : à prouver, par un raisonnement, que deux droites sont parallèles ou perpendiculaires, sans avoir besoin de mesurer. C'est le premier pas de la grande nouveauté de la 4ème.

## SOMMAIRE

### Sommaire du chapitre :

Leçon 1 : Droites sécantes, droites parallèles ; l'axiome d'Euclide

Leçon 2 : Le parallélisme et ses propriétés

Leçon 3 : La perpendicularité ; perpendiculaire à une droite par un point

Leçon 4 : Propriétés reliant parallélisme et perpendicularité

## UN PEU D'HISTOIRE

Il y a plus de 2 300 ans, un savant grec nommé **Euclide**, qui enseignait à Alexandrie, en Afrique du Nord, a rassemblé toute la géométrie connue de son temps dans un livre célèbre : *les Eléments*. Euclide y part d'un petit nombre de vérités admises, appelées **axiomes**, et en déduit, par le raisonnement, des centaines de propriétés.

L'un de ces axiomes concerne justement les parallèles : par un point hors d'une droite, on ne peut tracer **qu'une seule** parallèle à cette droite. Cette idée si simple a occupé les mathématiciens pendant deux mille ans ! Aujourd'hui encore, les maçons, les géomètres et les tisserands du Burkina Faso utilisent sans le savoir la géométrie d'Euclide chaque fois qu'ils tracent une ligne droite ou vérifient un angle droit.

## CE QUE TU DOIS DEJA SAVOIR

Vérifie tes acquis de 5ème avant de commencer. Si tu échoues à un exercice, lis l'encadré Rappel correspondant. Les corrigés sont en fin de chapitre.

**Exercice 1.** Trace deux droites (d) et (d') qui se coupent en un point O. Comment appelle-t-on deux droites qui se coupent ? (*Rappel 1*)

**Exercice 2.** Avec ton équerre, trace une droite (d), puis une droite perpendiculaire à (d). (*Rappel 1*)

**Exercice 3.** Trace un segment [AB] de 6 cm, puis construis sa médiatrice. (*Rappel 2*)

**Exercice 4.** ABCD est un rectangle. Cite deux côtés parallèles et deux côtés perpendiculaires. (*Rappel 3*)

**Exercice 5.** Explique avec tes mots ce que veut dire « deux droites parallèles ».

## RAPPEL

**Ce qu'il faut se souvenir.** Deux droites d'un même plan sont **sécantes** si elles se coupent en un seul point. Elles sont **parallèles** si elles ne se coupent jamais, même prolongées très loin. Quand deux droites sécantes forment un angle droit, elles sont **perpendiculaires**. On note  $(d) \parallel (d')$  pour « parallèles » et  $(d) \perp (d')$  pour « perpendiculaires ».

**Mini-exemple.** Les deux rails d'une voie ferrée sont parallèles ; un poteau planté bien droit est perpendiculaire au sol.

**Vérifie toi-même.** Les côtés opposés d'un tableau noir sont-ils parallèles ou perpendiculaires ?  
(Réponse : parallèles.)

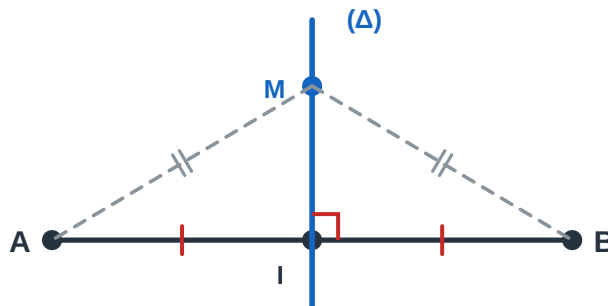
## RAPPEL

**Ce qu'il faut se souvenir.** La **médiatrice** d'un segment  $[AB]$  est la droite qui passe par le **milieu** de  $[AB]$  et qui est **perpendiculaire** à  $[AB]$ . Tous ses points sont à égale distance de A et de B.

**Mini-exemple.** Pour  $[AB] = 6$  cm, place le milieu I ( $AI = 3$  cm), puis trace la perpendiculaire à  $[AB]$  passant par I.

**Vérifie toi-même.** La médiatrice de  $[AB]$  est-elle perpendiculaire à  $[AB]$  ? (Réponse : oui, par définition.)

La médiatrice de  $[AB]$  passe par le milieu I et coupe  $[AB]$  à angle droit.



*tout point M de la médiatrice vérifie  $MA = MB$*

Figure 2 : La médiatrice de  $[AB]$  passe par le milieu I et coupe  $[AB]$  à angle droit.

## RAPPEL

**Ce qu'il faut se souvenir.** Un **angle droit** mesure  $90^\circ$  ; on le code par un petit carré à l'intérieur de l'angle. Un **rectangle** est un quadrilatère qui possède **quatre angles droits** ; ses côtés opposés sont parallèles deux à deux. Dans **tout quadrilatère**, la somme des quatre angles vaut  $360^\circ$ .

**Mini-exemple.** Si trois angles d'un quadrilatère mesurent  $90^\circ$ , le quatrième mesure  $360^\circ - 3 \times 90^\circ = 90^\circ$  : il est droit lui aussi.

**Vérifie toi-même.** Un quadrilatère a trois angles droits. Est-ce un rectangle ? (*Réponse : oui, car le quatrième angle est droit d'après la somme des angles.*)

## OBJECTIFS D'APPRENTISSAGE

**Savoir** - Définir des droites sécantes, des droites parallèles, des droites perpendiculaires.

- Énoncer l'axiome d'Euclide et les propriétés du parallélisme et de la perpendicularité.

**Savoir-faire théorique** - Reconnaître la position relative de deux droites.

- Utiliser une propriété du parallélisme ou de la perpendicularité dans une **démonstration**.

**Savoir-faire pratique** - Construire, à l'équerre et à la règle, la parallèle ou la perpendiculaire à une droite passant par un point donné.

- Coder une figure pour faire apparaître les données.

## LECON 1 : Droites sécantes, droites parallèles ; l'axiome d'Euclide

### Activité de découverte — *Les cordes de Boureima*

Boureima, géomètre à Ziniaré, tend des cordes pour délimiter des parcelles. Il tend d'abord une corde rectiligne (d). Puis il plante un piquet en un point A situé à l'écart de (d).

1. Avec ta règle, trace une droite (d) et place un point A en dehors de (d).
2. Essaie de tracer une droite passant par A qui ne coupe jamais (d), même prolongée.
3. Combien de telles droites peux-tu tracer par le point A ?

*Ne donne pas encore la réponse : observe et conjecture.*

### Ce que l'activité met en évidence

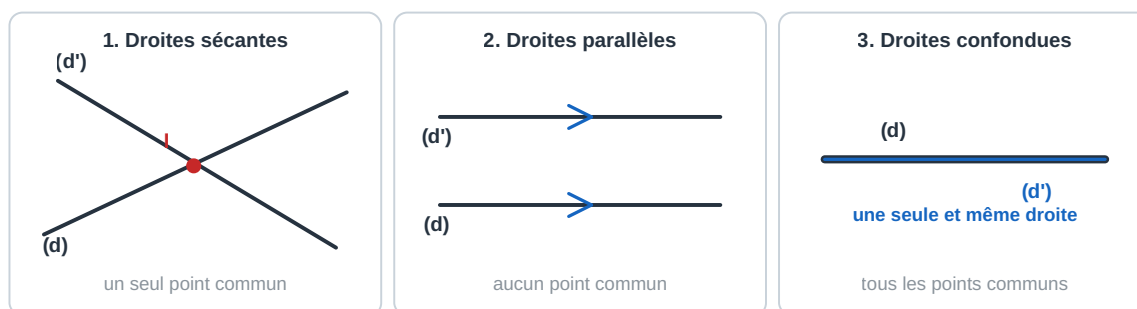
En faisant tourner ta règle autour du point A, tu as vu défiler une infinité de droites. Presque toutes finissent par rencontrer (d) : il suffit de les prolonger assez loin. Une seule fait exception, celle qui garde partout le même écartement avec (d).

Mais une expérience ne prouve rien : ta feuille est trop petite, et deux droites qui ne se coupent pas sur 20 cm peuvent très bien se couper trois mètres plus loin. C'est pourquoi les mathématiciens **admettent** ce fait sans le démontrer : cela s'appelle un **axiome**. Il servira ensuite à démontrer beaucoup de choses, sans jamais rien mesurer.

## CE QU'IL FAUT RETENIR

- Deux droites d'un même plan sont **sécantes** si elles ont un seul point commun ; ce point est leur **point d'intersection**.
- Deux droites d'un même plan sont **parallèles** si elles n'ont aucun point commun, ou si elles sont confondues. On note  $(d) // (d')$ .
- Deux droites **confondues** sont deux noms pour une seule et même droite : tous leurs points sont communs. Elles sont donc parallèles. En particulier, une droite est toujours **parallèle à elle-même**.
- Dans le plan, il n'y a pas d'autre cas possible : deux droites sont **soit sécantes, soit parallèles**.
- **Axiome d'Euclide**. Par un point A n'appartenant pas à une droite  $(d)$ , il passe **une seule** droite parallèle à  $(d)$ .
- **Propriété 1**. Si deux droites sont parallèles, alors toute droite sécante à l'une est sécante à l'autre.

» Note étymologique : « parallèle » vient du grec *parallêlos*, « l'un à côté de l'autre ».



Dans le plan, deux droites sont sécantes ou parallèles. Les droites confondues sont parallèles.

Figure 3 : Les trois positions possibles de deux droites d'un même plan.

**Comment lire ces définitions.** Le mot « parallèle » ne signifie pas « qui se ressemble », mais « qui n'a aucun point commun ». C'est une définition **négative** : elle dit ce qui n'arrive jamais. Voilà pourquoi on ne vérifie pas un parallélisme à l'œil nu : il faudrait prolonger les deux droites à l'infini. Si l'on range les droites confondues avec les parallèles, c'est par commodité : cela évite d'écrire « parallèles ou confondues » dans chaque propriété.

Par le point A, il passe une seule droite parallèle à (d).

toutes les autres droites passant par A coupent (d)

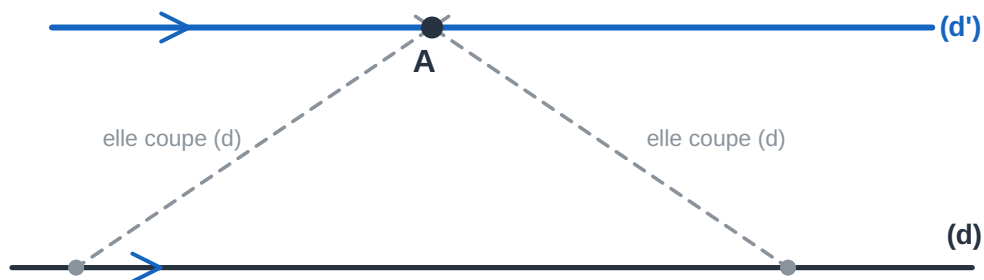


Figure 4 : L'axiome d'Euclide. Une seule droite passant par A ne coupe pas (d) ; toutes les autres la coupent.

La droite rouge coupe (d) en M : elle coupe forcément (d') en N.

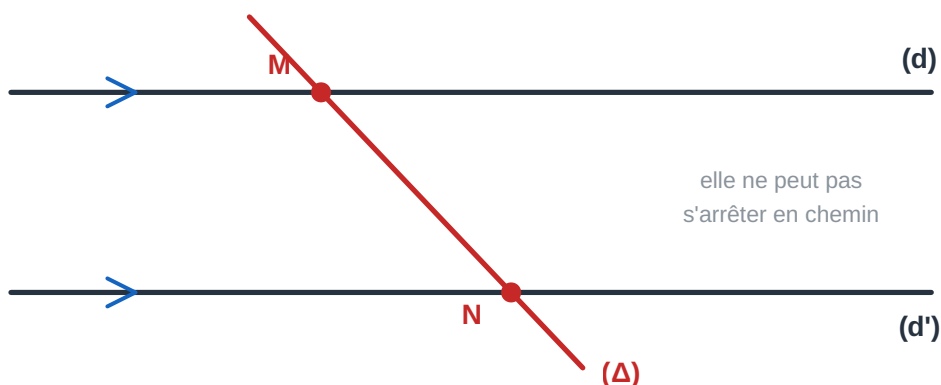


Figure 5 : Propriété 1. Une droite qui coupe l'une de deux parallèles coupe forcément l'autre.

### METHODE : RECONNAÎTRE LA POSITION DE DEUX DROITES

**Étape 1 :** Prolonge les deux droites à la règle, dans les deux sens, aussi loin que la feuille le permet.

**Étape 2 :** Si elles se rencontrent, elles sont **sécantes** ; sinon, elles sont sans doute **parallèles**.

**Étape 3 :** Si elles sont sécantes et forment un angle droit (vérifie à l'équerre), elles sont **perpendiculaires**.

**Étape 4 :** Attention : un dessin ne prouve rien. Dès que l'énoncé donne des renseignements, sers-toi d'une propriété du cours plutôt que de tes yeux.

### EXEMPLE RESOLU 1 : une sécante à deux parallèles

On donne  $(d) \parallel (d')$  et une droite  $(\Delta)$  qui coupe  $(d)$  au point M. Montrer que  $(\Delta)$  coupe aussi  $(d')$ .

| Ce qu'on fait (explication)                                                                                                                   | Ce qu'on écrit (mathématiques)                                                                                  |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| On écrit d'abord ce que l'énoncé donne, et rien de plus : deux droites parallèles, et une troisième qui coupe l'une d'elles.                  | <b>On sait que <math>(d) \parallel (d')</math> et que <math>(\Delta)</math> est sécante à <math>(d)</math>.</b> |
| On cherche dans le cours la propriété qui parle de cette situation : elle doit contenir un parallélisme et une sécante. C'est la Propriété 1. | <b>Or, si deux droites sont parallèles, toute droite sécante à l'une est sécante à l'autre.</b>                 |
| On applique la propriété aux droites de l'énoncé, ce qui donne la réponse à la question posée.                                                | <b>Donc <math>(\Delta)</math> est sécante à <math>(d')</math>.</b>                                              |

Vérification : en prolongeant  $(\Delta)$  à la règle, on voit qu'elle finit par couper  $(d')$ . Attention : ce dessin ne remplace pas la démonstration, il la rend seulement visible.

### EXEMPLE RESOLU 2 : les traits de scie du menuisier de Réo

A Réo, un menuisier trace sur une planche 9 traits parallèles, espacés de 6 cm, pour découper des lattes. Il trace ensuite en biais un trait de coupe  $(T)$ , qui rencontre le premier trait.

a) Montrer que  $(T)$  rencontre aussi le neuvième trait. b) Quelle distance sépare le premier trait du neuvième ?

| Ce qu'on fait (explication)                                                                                                                 | Ce qu'on écrit (mathématiques)                                                                                            |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| On nomme d'abord les droites pour pouvoir en parler. Les neuf traits sont parallèles entre eux : le premier est donc parallèle au neuvième. | <b>Traits <math>(t_1)</math> à <math>(t_9)</math>, tous parallèles, donc <math>(t_1) \parallel (t_9)</math>.</b>          |
| On écrit ensuite la seconde donnée : le trait de coupe rencontre le premier trait, il lui est donc sécant.                                  | <b><math>(T)</math> est sécante à <math>(t_1)</math>.</b>                                                                 |
| On reconnaît la situation de la Propriété 1 : un parallélisme d'un côté, une sécante de l'autre. On conclut pour la question a).            | <b>Or toute sécante à l'une de deux parallèles est sécante à l'autre, donc <math>(T)</math> coupe <math>(t_9)</math>.</b> |
| Pour la question b), on compte les <b>intervalles</b> , et non les traits : entre 9 traits, il y a 8 intervalles de 6 cm.                   | <b>Distance = <math>8 \times 6 = 48</math> cm.</b>                                                                        |

Vérification : on contrôle la façon de compter sur un cas simple. Avec 2 traits, 1 intervalle, soit 6 cm ; avec 3 traits, 2 intervalles, soit 12 cm. Le nombre d'intervalles vaut toujours un de moins que le nombre de traits. Les 48 cm tiennent sur une planche de 60 cm : le menuisier peut découper ses neuf lattes.

### JE DEMONTRE

- **Hypothèse** :  $(d) \parallel (d')$  ; la droite  $(\Delta)$  coupe  $(d)$  en un point A.
- **Outil** : si deux droites sont parallèles, toute sécante à l'une est sécante à l'autre.
- **Conclusion** : donc  $(\Delta)$  coupe  $(d')$ .
- **Rédaction type** : « On sait que  $(d) \parallel (d')$  et que  $(\Delta)$  coupe  $(d)$ . Or, si deux droites sont parallèles, toute sécante à l'une est sécante à l'autre. Donc  $(\Delta)$  coupe  $(d')$ . »

## ATTENTION !

On ne peut tracer **qu'une seule** parallèle à (d) passant par un point A : c'est l'axiome d'Euclide qui garantit l'unicité. Autre piège : deux droites qui ne se coupent pas **sur ta feuille** ne sont pas forcément parallèles. Prolonge-les, ou mieux, cherche une propriété qui le prouve.

## À TOI DE JOUER !

**Exercice 1.** On donne  $(D) \parallel (D')$  et une droite (T) qui coupe  $(D')$ . Que peut-on dire de (T) et (D) ? Justifie.

**Exercice 2.** Vrai ou faux : « Dans un plan, deux droites qui ne sont pas parallèles sont sécantes. » Justifie ta réponse.

## LECON 2 : Le parallélisme et ses propriétés

### Activité de découverte — Les fils du métier à tisser de Koudougou

Téné tisse un pagne Faso Dan Fani à Koudougou. Les fils de chaîne sont tous tendus parallèlement. Elle ajoute un nouveau fil  $(d'')$  parallèle à un fil  $(d')$ , lui-même parallèle au premier fil  $(d)$ .

1. Trace trois droites  $(d)$ ,  $(d')$  et  $(d'')$  telles que  $(d) \parallel (d')$  et  $(d') \parallel (d'')$ .
2. Que remarques-tu sur  $(d)$  et  $(d'')$  ?
3. Formule une phrase générale : « Si ... et ... , alors ... »

### Ce que l'activité met en évidence

Téné n'a jamais comparé son troisième fil au premier : elle a seulement comparé chaque nouveau fil au précédent. Et pourtant, à la fin, tous les fils du pagne sont parallèles entre eux. Le parallélisme se **transmet** de proche en proche, comme une consigne que l'on se passe de voisin en voisin.

Cette remarque est plus utile qu'elle n'en a l'air. Elle permet de conclure sur deux droites très éloignées, parfois même sur deux droites que l'on ne peut pas comparer directement, à condition d'en trouver une troisième qui leur serve d'intermédiaire. C'est ce rôle d'intermédiaire qu'il faudra apprendre à repérer dans les exercices.

## CE QU'IL FAUT RETENIR

- **Propriété 2 (transitivité du parallélisme).** Si  $(d) \parallel (d')$  et  $(d') \parallel (d'')$ , alors  $(d) \parallel (d'')$ .
- **Conséquence.** Deux droites parallèles à une même troisième droite sont parallèles entre elles.
- Cette propriété se **chaîne** : si  $(d) \parallel (d')$ ,  $(d') \parallel (d'')$  et  $(d'') \parallel (d''')$ , alors ces quatre droites sont parallèles deux à deux.
- **Rappel utile.** Dans un **parallélogramme**, les côtés opposés sont portés par des droites parallèles. Reconnaître un parallélogramme dans une figure, c'est donc s'offrir deux parallélismes d'un seul coup.

» Note étymologique : « propriété » vient du latin *proprietas*, « ce qui appartient en propre » à un objet.

Si  $(d) \parallel (d')$  et  $(d') \parallel (d'')$ , alors  $(d) \parallel (d'')$ .



Figure 6 : La transitivité du parallélisme : trois droites parallèles deux à deux.

**D'où vient cette règle.** On peut la comprendre à l'aide de l'axiome d'Euclide. Supposons que  $(d)$  et  $(d'')$  se coupent en un point  $P$ . Par ce point  $P$  passeraient alors deux droites parallèles à  $(d')$  : la droite  $(d)$  et la droite  $(d'')$ . Or l'axiome d'Euclide affirme qu'il n'en passe qu'une seule. C'est donc impossible : les droites  $(d)$  et  $(d'')$  ne peuvent pas se couper, elles sont parallèles. Tu vois ici comment un axiome admis sert à démontrer une propriété nouvelle.

#### METHODE : DÉMONTRER QUE DEUX DROITES SONT PARALLÈLES (PAR TRANSITIVITÉ)

**Étape 1 :** Repère les deux droites sur lesquelles porte la question, par exemple  $(d)$  et  $(d'')$ .

**Étape 2 :** Cherche dans l'énoncé une troisième droite parallèle à chacune des deux : c'est la droite intermédiaire.

**Étape 3 :** Ecris les deux parallélismes connus :  $(d) \parallel (d')$  et  $(d') \parallel (d'')$ .

**Étape 4 :** Applique la propriété de transitivité et conclus :  $(d) \parallel (d'')$ .

#### EXEMPLE RESOLU 1 : deux droites parallèles à une même troisième

On sait que  $(AB) \parallel (CD)$  et que  $(CD) \parallel (EF)$ . Montrer que  $(AB) \parallel (EF)$ .

| Ce qu'on fait (explication)                                                                                                         | Ce qu'on écrit (mathématiques)                                                            |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------|
| On note les deux renseignements de l'énoncé. On remarque que la droite $(CD)$ apparaît dans les deux : c'est elle, l'intermédiaire. | On sait que $(AB) \parallel (CD)$ et $(CD) \parallel (EF)$ .                              |
| On va chercher la propriété du cours qui relie trois droites parallèles deux à deux : c'est la transitivité.                        | Or, si deux droites sont parallèles à une même droite, elles sont parallèles entre elles. |
| On l'applique aux deux droites de la question ; l'intermédiaire, lui, disparaît de la conclusion.                                   | Donc $(AB) \parallel (EF)$ .                                                              |

Vérification : sur une figure, les trois droites gardent le même écartement d'un bout à l'autre. Remarque que  $(CD)$  n'apparaît plus dans la conclusion : elle a servi de pont, puis on l'a retirée.

## EXEMPLE RESOLU 2 : les pannes du hangar de Manga

A Manga, un charpentier pose les trois pannes  $(P_1)$ ,  $(P_2)$  et  $(P_3)$  d'un hangar. Il pose  $(P_2)$  parallèle à  $(P_1)$ , à 1,20 m de celle-ci, puis  $(P_3)$  parallèle à  $(P_2)$ , à 1,20 m de celle-ci. Les distances sont mesurées perpendiculairement aux pannes.

a) Démontrer que  $(P_1)$  et  $(P_3)$  sont parallèles. b) Quelle distance sépare  $(P_1)$  de  $(P_3)$  ?

| Ce qu'on fait (explication)                                                                                                                       | Ce qu'on écrit (mathématiques)                                                   |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------|
| On écrit les deux données de pose, en laissant de côté les longueurs : la question a) ne parle que de position.                                   | <b>On sait que</b> $(P_1) \parallel (P_2)$ et $(P_2) \parallel (P_3)$ .          |
| La panne du milieu joue le rôle d'intermédiaire : on applique donc la transitivité du parallélisme.                                               | <b>Or deux droites parallèles à une même droite sont parallèles entre elles.</b> |
| On conclut pour la question a).                                                                                                                   | <b>Donc</b> $(P_1) \parallel (P_3)$ .                                            |
| Pour la question b), on additionne les deux écartements : comme les trois pannes sont parallèles, la distance se mesure partout de la même façon. | <b>Distance</b> $= 1,20 + 1,20 = 2,40$ m.                                        |

Vérification : le toit porté par les trois pannes couvre donc 2,40 m de largeur. On peut contrôler ce résultat autrement : deux intervalles de 1,20 m font  $2 \times 1,20 = 2,40$  m. Si le charpentier mesurait 2,50 m d'un côté du hangar et 2,40 m de l'autre, c'est qu'une panne aurait glissé et ne serait plus parallèle aux autres.

### JE DEMONTRE

- **Hypothèse** :  $(D_1) \parallel (D_2)$  et  $(D_2) \parallel (D_3)$ .
- **Outil** : si deux droites sont parallèles à une même droite, alors elles sont parallèles entre elles.
- **Conclusion** : donc  $(D_1) \parallel (D_3)$ .
- **Rédaction type** : « On sait que  $(D_1) \parallel (D_2)$  et  $(D_2) \parallel (D_3)$ . Or deux droites parallèles à une même droite sont parallèles entre elles. Donc  $(D_1) \parallel (D_3)$ . »

Ces propriétés de parallélisme te serviront à démontrer en projection (Ch. 6) et avec les translations (Ch. 14).

### ATTENTION !

La transitivité ne fonctionne qu'entre parallèles. Elle est **fausse** pour la perpendicularité : si  $(d) \perp (d')$  et  $(d') \perp (d'')$ , alors  $(d)$  et  $(d'')$  ne sont **pas** perpendiculaires, elles sont parallèles ! Tu le démontreras dans la Leçon 4. Retiens la différence : le parallélisme se transmet, l'angle droit, lui, s'échange.

### À TOI DE JOUER !

**Exercice 3.** On donne  $(\Delta) \parallel (T)$  et  $(T) \parallel (D)$ . Complète :  $(\Delta) \dots (D)$ , puis énonce la propriété utilisée.

**Exercice 4.** Trois droites vérifient  $(D_1) \parallel (D_2)$  et  $(D_2) \parallel (D_3)$ . Démonstre que  $(D_1) \parallel (D_3)$ .

## LECON 3 : La perpendicularité ; perpendiculaire à une droite par un point

### Activité de découverte — L'angle droit du maçon de Manga

Ousmane, maçon à Manga, doit dresser un poteau parfaitement perpendiculaire à une longrine (d). Il pose son équerre et se demande s'il existe plusieurs poteaux possibles passant par un même point.

1. Trace une droite (d) et un point A sur (d).
2. Avec l'équerre, trace une droite perpendiculaire à (d) passant par A.
3. Peux-tu en tracer une deuxième, différente, passant par le même point A ?

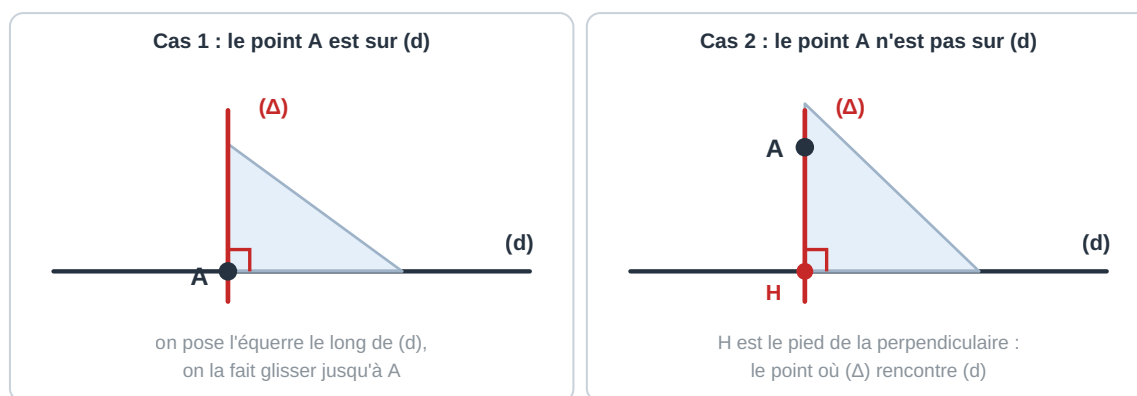
### Ce que l'activité met en évidence

Une fois l'équerre posée le long de (d) et amenée sur A, il n'y a plus aucun choix : la droite se trace toute seule. Fais-la pencher un peu, et l'angle n'est plus droit. La perpendiculaire existe donc, et il n'y en a qu'une. Recommence avec un point A qui n'est **pas** sur (d) : le résultat est le même. Dans le premier cas, le point de rencontre des deux droites est A lui-même ; dans le second, il reste à découvrir.

### CE QU'IL FAUT RETENIR

- Deux droites sont **perpendiculaires** si elles se coupent en formant un angle droit. On note (d)  $\perp$  (d').
- Deux droites perpendiculaires sont d'abord des droites **sécantes** : la perpendicularité est un cas particulier de la sécance.
- **Propriété 3 (existence et unicité)**. Par un point A, il passe **une seule** droite perpendiculaire à une droite (d) donnée. Cela est vrai que A soit situé sur (d) ou en dehors de (d).
- La perpendiculaire à (d) passant par A coupe (d) en un point appelé **pied** de la perpendiculaire. On le note souvent H.
- **Coder une figure**, c'est y marquer les renseignements de l'énoncé : un petit carré pour un angle droit, des chevrons identiques sur deux parallèles, des traits égaux sur deux segments de même longueur.

» Note étymologique : « perpendiculaire » vient du latin *perpendicularum*, « le fil à plomb », qui pend bien droit.



Dans les deux cas, il n'existe qu'une seule perpendiculaire à (d) passant par A.

Figure 7 : La perpendiculaire à (d) passant par A, selon que A est sur (d) ou hors de (d).

**Comment lire cette propriété.** Deux mots s'y cachent. « Il passe une droite perpendiculaire » : c'est l'**existence**, on est sûr de pouvoir la tracer. « Une seule » : c'est l'**unicité**. L'existence sert quand on construit ; l'unicité, quand on veut prouver que deux droites décrites autrement sont la même.

### METHODE : CONSTRUIRE LA PERPENDICULAIRE À (d) PASSANT PAR A

**Étape 1 :** Pose un côté de l'angle droit de l'équerre le long de (d).

**Étape 2 :** Fais glisser l'équerre le long de (d), sans la faire tourner, jusqu'à ce que l'autre côté de l'angle droit passe par A.

**Étape 3 :** Trace la droite le long de ce côté : c'est la perpendiculaire à (d) passant par A.

**Étape 4 :** Code l'angle droit, et nomme H son pied lorsque A n'est pas sur (d).

### EXEMPLE RESOLU 1 : tracer la perpendiculaire en un point de la droite

A est un point d'une droite (d). On veut tracer la perpendiculaire à (d) en A, puis vérifier qu'elle est unique.

| Ce qu'on fait (explication)                                                                                                   | Ce qu'on écrit (mathématiques)                                    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------|
| On place l'équerre de façon qu'un côté de son angle droit suive exactement (d) : c'est ce contact qui garantit l'angle droit. | <b>Un côté de l'angle droit suit (d).</b>                         |
| On la fait glisser le long de (d) jusqu'à ce que le second côté vienne sur A, sans jamais la faire tourner.                   | <b>L'autre côté passe par A.</b>                                  |
| On trace le long de ce second côté, on nomme la droite et on code l'angle droit.                                              | <b>On obtient <math>(\Delta) \perp (d)</math>, passant par A.</b> |
| Toute autre droite passant par A ferait avec (d) un angle différent de $90^\circ$ .                                           | <b>Il n'existe pas d'autre perpendiculaire à (d) en A.</b>        |

Vérification : l'angle entre (Δ) et (d) en A mesure  $90^\circ$  au rapporteur.

## CE QU'IL FAUT RETENIR

- Soit A un point et (d) une droite. Parmi tous les segments joignant A à un point de (d), le **plus court** aboutit au pied H de la perpendiculaire.
- La longueur AH s'appelle la **distance du point A à la droite (d)**.
- Si le point A appartient à (d), sa distance à (d) est nulle.
- La **médiatrice** de [AB] est la perpendiculaire à (AB) passant par le milieu de [AB]. Un point M appartient à cette médiatrice lorsque  $MA = MB$ , et seulement dans ce cas.
- Dans un triangle ABC, la **hauteur issue de A** est la droite qui passe par A et qui est perpendiculaire à (BC).

La distance du point A à la droite (d) est la longueur AH.

*H est le pied de la perpendiculaire à (d) passant par A*

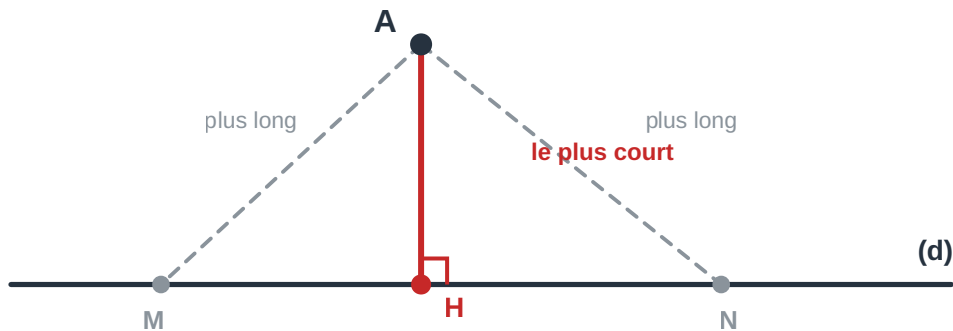


Figure 8 : La distance du point A à la droite (d) se mesure sur la perpendiculaire, jusqu'au point H.

**Pourquoi le chemin le plus court est perpendiculaire.** Imagine que tu doives rejoindre une route. En visant un point en biais, tu marches à la fois vers la route et le long de la route : une partie de tes pas est perdue. En visant le pied de la perpendiculaire, tu ne marches que vers la route. C'est pour cela qu'un tuyau est toujours posé perpendiculairement.

### EXEMPLE RESOLU 2 : le tuyau du puits de Pô

A Pô, un puits P est situé près d'une route rectiligne (d). Sa distance à la route est  $PH = 15\text{ m}$ , où H est le pied de la perpendiculaire à (d) passant par P. Le mètre de tuyau coûte 2 500 FCFA.

a) Où faire aboutir le tuyau pour dépenser le moins possible ? b) Combien coûtera-t-il ? c) Combien coûterait un tuyau aboutissant en un point M de la route tel que  $PM = 17\text{ m}$  ?

| Ce qu'on fait (explication)                                                                            | Ce qu'on écrit (mathématiques)                                                     |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|
| Le tuyau le moins cher est le plus court : d'après le cours, il aboutit au pied de la perpendiculaire. | <b>Le tuyau doit aboutir en H, pied de la perpendiculaire à (d) passant par P.</b> |
| Sa longueur est la distance du puits à la route, donnée par l'énoncé.                                  | $PH = 15 \text{ m.}$                                                               |
| On multiplie la longueur du tuyau par le prix du mètre pour obtenir la dépense.                        | <b>Prix = <math>15 \times 2\,500 = 37\,500 \text{ FCFA.}</math></b>                |
| Pour la question c), on refait le calcul avec la longueur PM, pour comparer.                           | <b>Prix = <math>17 \times 2\,500 = 42\,500 \text{ FCFA.}</math></b>                |

Vérification : le tuyau oblique coûte  $42\,500 - 37\,500 = 5\,000 \text{ FCFA}$  de plus pour rejoindre la même route. Cela confirme le cours : tout point M autre que H donne  $PM$  plus grand que  $PH$ . Le puisatier a intérêt à repérer H à l'équerre avant de creuser.

*Tu réinvestis la perpendicularité et la médiatrice vues en 5ème.*

### ATTENTION !

Ne confonds pas la distance **de deux points** et la distance **d'un point à une droite** : la seconde se mesure toujours **sur la perpendiculaire**. Ecrire « la distance de A à (d) est AM » n'a de sens que si M est le pied H.

### À TOI DE JOUER !

**Exercice 5.** Trace une droite (d) et un point B sur (d). Construis la perpendiculaire à (d) passant par B.

**Exercice 6.** Trace une droite (d) et un point C hors de (d). Construis la perpendiculaire à (d) passant par C, puis nomme H son pied.

## LECON 4 : Propriétés reliant parallélisme et perpendicularité

### Activité de découverte — Les rues de Fada N'Gourma

Dans un nouveau lotissement de Fada N'Gourma, deux rues (d) et (d') sont toutes les deux perpendiculaires à la grande avenue ( $\Delta$ ). Marcel, l'urbaniste, affirme que ces deux rues ne se couperont jamais.

- Trace une droite ( $\Delta$ ), puis deux droites (d) et (d') perpendiculaires à ( $\Delta$ ).
- Que remarques-tu sur (d) et (d') ?
- Marcel a-t-il raison ? Formule la règle générale.

### Ce que l'activité met en évidence

Les deux rues quittent l'avenue en formant le même angle, un angle droit. Elles avancent donc dans la même direction, chacune de son côté, et rien ne peut les rapprocher : elles ne se rencontreront pas. Marcel a raison, sans avoir eu besoin de mesurer.

Cette leçon contient deux propriétés qui se répondent. Dans la première, deux angles droits donnent un parallélisme. Dans la seconde, un parallélisme et un angle droit donnent un second angle droit. Les distinguer est la difficulté principale du chapitre.

### CE QU'IL FAUT RETENIR

- **Propriété 4.** Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles entre elles : si  $(d) \perp (\Delta)$  et  $(d') \perp (\Delta)$ , alors  $(d) \parallel (d')$ .
- **Propriété 5.** Si une droite est perpendiculaire à l'une de deux droites parallèles, alors elle est perpendiculaire à l'autre : si  $(d) \parallel (d')$  et  $(\Delta) \perp (d)$ , alors  $(\Delta) \perp (d')$ .
- Un **rectangle** a quatre angles droits : ses côtés opposés sont donc parallèles (Propriété 4).

Deux droites perpendiculaires à une même droite sont parallèles.

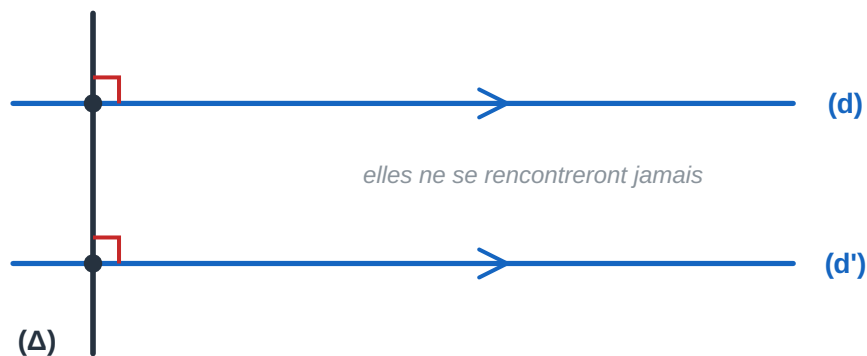


Figure 9 : Propriété 4. Deux droites perpendiculaires à une même droite sont parallèles entre elles.

Perpendiculaire à l'une des deux parallèles, donc perpendiculaire à l'autre.

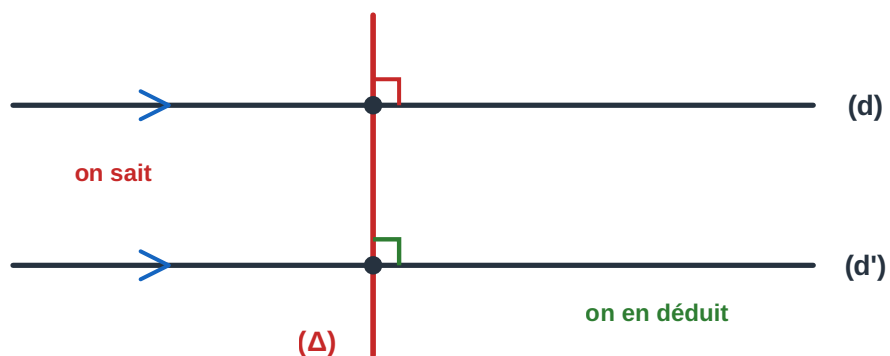
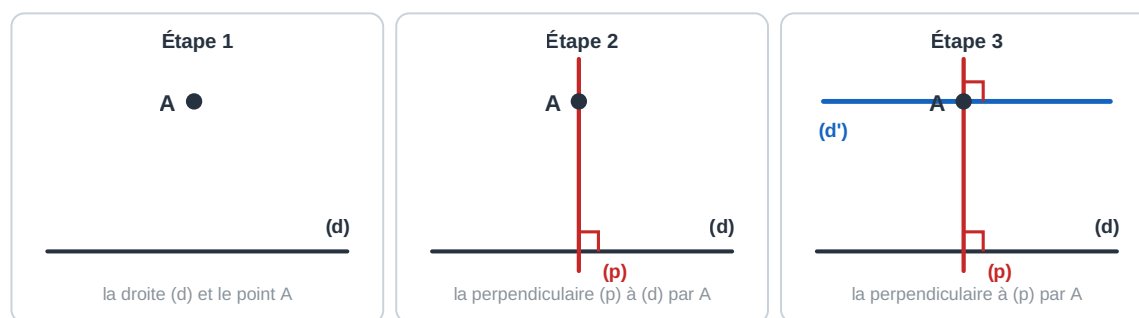


Figure 10 : Propriété 5. Perpendiculaire à l'une des deux parallèles, donc perpendiculaire à l'autre.

**Comment retenir les deux propriétés.** Compte les angles droits de l'énoncé. **Deux** angles droits vers une même droite donnent un **parallélisme** : Propriété 4. **Un seul** angle droit, avec un parallélisme, donne un **second angle droit** : Propriété 5.



Deux angles droits de suite donnent la parallèle à (d) passant par A.

Figure 11 : Construire la parallèle à (d) passant par A : deux angles droits de suite.

### METHODE : CONSTRUIRE LA PARALLÈLE À (D) PASSANT PAR A

**Étape 1 :** Trace à l'équerre la perpendiculaire (p) à (d) passant par A (figure 11).

**Étape 2 :** Trace ensuite, toujours à l'équerre, la perpendiculaire à (p) passant par A.

**Étape 3 :** C'est la parallèle cherchée : comme (d), elle est perpendiculaire à (p), donc parallèle à (d) d'après la Propriété 4.

### METHODE : CHOISIR LA BONNE PROPRIÉTÉ

**Étape 1 :** Repère les données : cherche les symboles // et  $\perp$  connus, et code-les sur ta figure.

**Étape 2 :** Regarde ce que l'on demande : // ou  $\perp$  ?

**Étape 3 :** Deux  $\perp$  vers une même droite : conclus un **parallélisme** (Propriété 4).

**Étape 4 :** Un // et un  $\perp$  : conclus un **autre**  $\perp$  (Propriété 5).

**Étape 5 :** Si rien ne s'applique d'un coup, avance par étapes : conclus sur deux droites, puis sers-toi de ce résultat comme d'une donnée toute neuve.

### EXEMPLE RESOLU 1 : de deux angles droits à un parallélisme

On sait que  $(d) \perp (\Delta)$  et  $(d') \perp (\Delta)$ . Montrer que  $(d) \parallel (d')$ .

| Ce qu'on fait (explication)                                                                                            | Ce qu'on écrit (mathématiques)                                                                   |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------|
| On écrit les données. Elles contiennent deux angles droits, et la droite $(\Delta)$ est commune aux deux.              | <b>On sait que <math>(d) \perp (\Delta)</math> et <math>(d') \perp (\Delta)</math>.</b>          |
| Deux perpendiculaires à une même droite : c'est la situation de la Propriété 4, celle qui conclut par un parallélisme. | <b>Or, si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles.</b> |
| On conclut sur les deux droites de la question ; l'intermédiaire $(\Delta)$ n'apparaît plus.                           | <b>Donc <math>(d) \parallel (d')</math>.</b>                                                     |

Vérification : sur la figure, (d) et (d') gardent un écartement constant. Attention à ne pas répondre « perpendiculaires » par réflexe : deux angles droits ne donnent jamais un troisième angle droit.

### EXEMPLE RESOLU 2 : le lotissement de Léo

A Léo, l'avenue (A) est rectiligne. La rue  $(R_1)$  lui est perpendiculaire ; la rue  $(R_2)$  est parallèle à  $(R_1)$ , 30 m plus loin ; la rue  $(R_3)$  est parallèle à  $(R_2)$ , encore 30 m plus loin.

a) Démontrer que  $(R_2)$  coupe l'avenue à angle droit. b) Démontrer qu'il en est de même pour  $(R_3)$ . c) Quelle longueur d'avenue sépare  $(R_1)$  de  $(R_3)$  ?

| Ce qu'on fait (explication)                                                                                          | Ce qu'on écrit (mathématiques)                                                                                                 |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Pour a), on relève les deux données utiles : un parallélisme entre les deux rues, et un angle droit sur la première. | On sait que $(R_1) \parallel (R_2)$ et $(A) \perp (R_1)$ .                                                                     |
| Un parallélisme et un angle droit : c'est la Propriété 5, qui recopie l'angle droit sur la seconde parallèle.        | Or, si une droite est perpendiculaire à l'une de deux parallèles, elle est perpendiculaire à l'autre. Donc $(A) \perp (R_2)$ . |
| Pour b), on repart du résultat obtenu : il devient une donnée neuve, utilisée avec le parallélisme suivant.          | $(R_2) \parallel (R_3)$ et $(A) \perp (R_2)$ , donc $(A) \perp (R_3)$ .                                                        |
| Pour c), on additionne les deux écartements le long de l'avenue.                                                     | Longueur = $30 + 30 = 60$ m.                                                                                                   |

Vérification : les trois rues sont parallèles et coupent toutes l'avenue à angle droit ; le quartier est bien en damier, comme sur la figure d'ouverture. Autre contrôle : deux intervalles de 30 m font 60 m.

## JE RAISONNE

**Hypothèses (ce que dit l'énoncé).** L'avenue est une droite  $(\Delta)$  ; les rues  $(d)$  et  $(d')$  lui sont toutes deux perpendiculaires. On ne dispose d'aucune mesure.

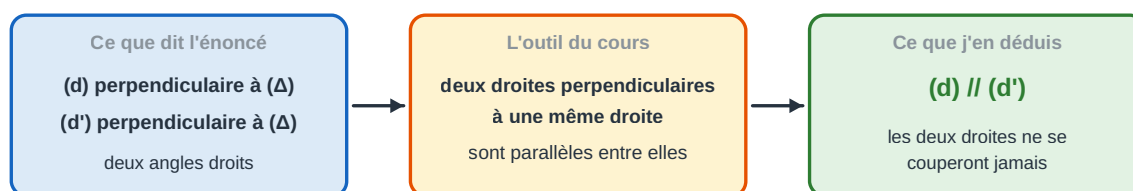
**Outil (la propriété que j'utilise).** Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles entre elles (Propriété 4).

**Conclusion (ce que j'en déduis).** Les rues  $(d)$  et  $(d')$  sont parallèles. Or deux parallèles n'ont aucun point commun : elles ne se croiseront jamais, si loin qu'on les prolonge.

**Rédaction type.** « On sait que  $(d) \perp (\Delta)$  et  $(d') \perp (\Delta)$ . Or, si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles. Donc  $(d) \parallel (d')$  : les deux rues ne se couperont jamais. »

**Quel type de raisonnement ?** Une déduction directe : on part des hypothèses, on applique une propriété, on conclut. Aucune mesure n'intervient, ce qui est le propre d'une démonstration.

**Déductogramme.**



Je pars des données, j'applique l'outil, j'obtiens la conclusion.

Figure 12 : Le chemin du raisonnement, de l'hypothèse à la conclusion.

## ATTENTION !

Ne confonds pas les deux situations. **Deux** perpendiculaires à une même droite sont **parallèles** entre elles (et non perpendiculaires !). En revanche, une perpendiculaire à l'une de deux parallèles est perpendiculaire à l'autre.

## À TOI DE JOUER !

**Exercice 7.** On donne  $(D_1) \perp (D)$  et  $(D_2) \perp (D)$ . Démontre que  $(D_1) \parallel (D_2)$ .

**Exercice 8.** On donne  $(AB) \parallel (\Delta)$  et  $(\Delta) \perp (D)$ . Complète :  $(AB) \dots (D)$ , puis énonce la propriété utilisée.

## AUTO-EVALUATION : Test de fin de chapitre

Réponds à toutes les questions. Barème : 1 point par question. Corrigés en fin de chapitre.

**Exercice 1.** Recopie et complète : deux droites qui ne se coupent jamais sont ... ; deux droites qui se coupent à angle droit sont ... .

**Exercice 2.** Vrai ou faux : par un point hors d'une droite  $(d)$ , on peut tracer deux parallèles à  $(d)$ . Justifie.

**Exercice 3.** Complète par  $\parallel$  ou  $\perp$  : si  $(d) \parallel (d')$  et  $(d') \parallel (d'')$ , alors  $(d) \dots (d'')$ .

**Exercice 4.** Complète par  $\parallel$  ou  $\perp$  : si  $(d) \perp (\Delta)$  et  $(d') \perp (\Delta)$ , alors  $(d) \dots (d')$ .

**Exercice 5.** Complète par  $\parallel$  ou  $\perp$  : si  $(d) \parallel (d')$  et  $(\Delta) \perp (d)$ , alors  $(\Delta) \dots (d')$ .

**Exercice 6.** On donne  $(D) \parallel (D')$  et  $(T)$  sécante à  $(D)$ . Que peut-on dire de  $(T)$  et  $(D')$  ?

**Exercice 7.** Combien de perpendiculaires à une droite  $(d)$  passent par un point  $A$  donné ?

**Exercice 8.** Vrai ou faux : deux droites perpendiculaires à une même droite sont perpendiculaires entre elles. Corrige si c'est faux.

**Exercice 9.** Trace une droite  $(d)$  et un point  $A$  hors de  $(d)$  ; construis la parallèle à  $(d)$  passant par  $A$ .

**Exercice 10.** On sait que  $(d_1) \perp (d_2)$  et  $(d_1) \parallel (d_3)$ . Recopie et complète le tableau par  $\parallel$  ou  $\perp$ .

|         | $(d_1)$     | $(d_2)$ | $(d_3)$     |
|---------|-------------|---------|-------------|
| $(d_1)$ |             | $\perp$ | $\parallel$ |
| $(d_2)$ | $\perp$     |         | ...         |
| $(d_3)$ | $\parallel$ | ...     |             |

**Exercice 11.** Énonce l'axiome d'Euclide avec tes propres mots.

**Exercice 12.** On donne  $(d) \perp (\Delta)$  et  $(\Delta) \parallel (\Delta')$ . Que peut-on dire de  $(d)$  et  $(\Delta')$  ? Justifie.

## JE M'EXERCE

Les exercices sont classés par leçon et par difficulté croissante. Les corrigés des exercices impairs sont en fin de chapitre.

### Leçon 1 : Sécantes, parallèles, axiome d'Euclide

- Exercice 9.** Dire si chaque proposition est vraie ou fausse. a) Dans un plan, deux droites non parallèles sont perpendiculaires. b) Dans un plan, toute droite est parallèle à elle-même. c) Dans un plan, deux droites parallèles n'ont aucun point commun.
- Exercice 10.** Dire si chaque proposition est vraie ou fausse. a) Dans un plan, deux droites non parallèles sont sécantes. b) Dans un plan, deux droites sécantes à une même droite sont parallèles. c) Dans un plan, deux droites non disjointes et non confondues sont sécantes.
- Exercice 11.**  $(D_1)$  et  $(D_2)$  sont deux droites telles que  $(D_1) \parallel (D_2)$ , et  $(D_3)$  est sécante à  $(D_1)$ . Fais une figure, puis indique la position de  $(D_3)$  par rapport à  $(D_2)$ .
- Exercice 12.** Trace une droite  $(D)$ , puis une droite  $(D_1)$  parallèle à  $(D)$ , puis une droite  $(D_2)$  parallèle à  $(D)$  passant par un point  $A$  donné. Que constate-t-on pour  $(D_1)$  et  $(D_2)$  ?
- Exercice 13.** Un maçon a déjà tracé trois angles droits aux coins d'une fondation rectangulaire. Peut-il être sûr que le quatrième angle est droit sans le vérifier ? Explique.
- Exercice 14.** Vrai ou faux, justifie : « Dans un même plan, deux poutres qui se touchent et ne sont pas confondues se croisent nécessairement. »
- Exercice 15.** Trouve l'erreur. Bintou écrit : « Sur ma feuille, les droites  $(d)$  et  $(d')$  ne se coupent pas, donc elles sont parallèles. » Explique pourquoi cet argument ne suffit pas, puis indique une méthode sûre pour décider si deux droites tracées sont parallèles.
- Exercice 16.** On trace une droite  $(d)$  et on place un point  $A$  qui n'appartient pas à  $(d)$ . Combien de droites passant par  $A$  sont : a) parallèles à  $(d)$  ? b) sécantes à  $(d)$  ? Justifie ta réponse a) en citant l'axiome d'Euclide.
- Exercice 17.** Trace deux droites parallèles  $(D)$  et  $(D')$ , puis une droite  $(\Delta)$  qui coupe  $(D)$ . Démontre que  $(\Delta)$  coupe aussi  $(D')$ .
- Exercice 18.** Parmi ces configurations, lesquelles montrent des droites parallèles ? a) Les côtés opposés d'un rectangle. b) Deux rayons d'un cercle. c) Les bords opposés d'un terrain de football.
- Exercice 19.** Démontre que si deux droites sont sécantes, toute parallèle à l'une est sécante à toute parallèle à l'autre.

## Leçon 2 : Le parallélisme et ses propriétés

- Exercice 20.** Compléter sans faire les figures. a) Si  $(D_1) \parallel (D_2)$  et  $(D_2) \parallel (D_3)$ , alors ... b) Si  $(D_1) \parallel (D_2)$  et  $(D_2) \parallel (D_3)$ , que dire de  $(D_1)$  et  $(D_3)$  ?
- Exercice 21.** Compléter par  $\parallel$  ou  $\perp$ , puis énoncer la propriété. a) Si  $(\Delta) \parallel (T)$  et  $(T) \parallel (D)$ , alors  $(D) \dots (\Delta)$ . b) Si  $(d) \dots (d')$  et  $(D) \parallel (d')$ , alors  $(D) \parallel (d)$ .
- Exercice 22.**  $A, B, C$  sont trois points non alignés. Construis le point  $D$  tel que  $(CD) \parallel (AB)$  et  $(AD) \parallel (BC)$ . Quelle figure obtient-on ?
- Exercice 23.** Recopie et complète le tableau par  $\parallel$ , sachant que  $(D_1) \parallel (D_2)$  et  $(D_2) \parallel (D_3)$ .

|         | $(D_1)$     | $(D_2)$     | $(D_3)$     |
|---------|-------------|-------------|-------------|
| $(D_1)$ |             | $\parallel$ | ...         |
| $(D_2)$ | $\parallel$ |             | $\parallel$ |
| $(D_3)$ | ...         | $\parallel$ |             |

**Exercice 24.** Trace une droite  $(D)$ , une droite  $(D_1)$  parallèle à  $(D)$ , puis  $(D_2)$  parallèle à  $(D_1)$  passant par un point  $E$ . Que peut-on dire de  $(D_2)$  et  $(D)$  ?

**Exercice 25.**  $A, B, C$  sont trois points non alignés. Construis la droite  $(D)$  passant par  $A$  et parallèle à  $(BC)$ , puis la droite  $(D')$  passant par  $B$  et parallèle à  $(AC)$ . Démontre que  $(D)$  coupe  $(D')$ .

**Exercice 26.** Les droites  $(D_1), (D_2), (D_3), (D_4), (D_5), (D_6)$  vérifient :  $(D_1) \perp (D_2)$  ;  $(D_2) \parallel (D_3)$  ;  $(D_3) \perp (D_4)$  ;  $(D_4) \perp (D_5)$  ;  $(D_5) \parallel (D_6)$ . Que peut-on dire de  $(D_1)$  et  $(D_6)$  ? Le démontrer.

**Exercice 27.** Recopie et complète le tableau sans justifier, puis fais un dessin faisant apparaître  $(D_1), (D_2), (D_3), (D_4)$ .

|         | $(D_1)$ | $(D_2)$     | $(D_3)$     | $(D_4)$ |
|---------|---------|-------------|-------------|---------|
| $(D_1)$ |         | $\perp$     |             |         |
| $(D_2)$ | $\perp$ |             | $\parallel$ |         |
| $(D_3)$ |         | $\parallel$ |             | $\perp$ |
| $(D_4)$ |         |             | $\perp$     |         |

**Exercice 28.**  $ABCD$  et  $AECF$  sont deux parallélogrammes. Démontre que  $EBFD$  est un parallélogramme.

**Exercice 29.** Trouve l'erreur. Hamado écrit : « On sait que  $(d_1) \parallel (d_2)$  et que  $(d_3)$  coupe  $(d_2)$ . Or deux droites parallèles à une même droite sont parallèles entre elles. Donc  $(d_1) \parallel (d_3)$ . » Repère la faute, énonce la propriété qu'il fallait utiliser, puis écris la conclusion correcte.

**Exercice 30.**  $ABCD$  est un parallélogramme, et  $BCEF$  est un autre parallélogramme, tracé à l'extérieur du premier. Démontre que  $(AD) \parallel (FE)$ .

### Leçon 3 : La perpendicularité ; constructions

**Exercice 31.** Trace deux droites  $(D_1)$  et  $(D_2)$  perpendiculaires en  $O$ . Place un point  $E$  n'appartenant pas à  $(D_1)$ , puis trace  $(D_4)$ , la parallèle à  $(D_1)$  passant par  $E$ . Que peut-on dire de  $(D_4)$  et  $(D_2)$  ? Justifie.

**Exercice 32.** Soient trois points  $A, B, C$  tels que  $(AB) \perp (AC)$ . Que peut-on dire des points  $A, B$  et  $C$  ? Justifie.

**Exercice 33.** Reproduis le schéma ci-dessous : trace une droite  $(D_1)$  perpendiculaire à  $(D)$ , une droite  $(D_2)$  perpendiculaire à  $(D)$  passant par  $M$ , et une droite  $(D_3)$  perpendiculaire à  $(D_2)$  passant par  $A$ . Que peut-on dire de  $(D)$  et  $(D_3)$  ? De  $(D_1)$  et  $(D_2)$  ?

### Une chaîne de perpendiculaires : que peut-on dire de $(D)$ et $(D_3)$ ?

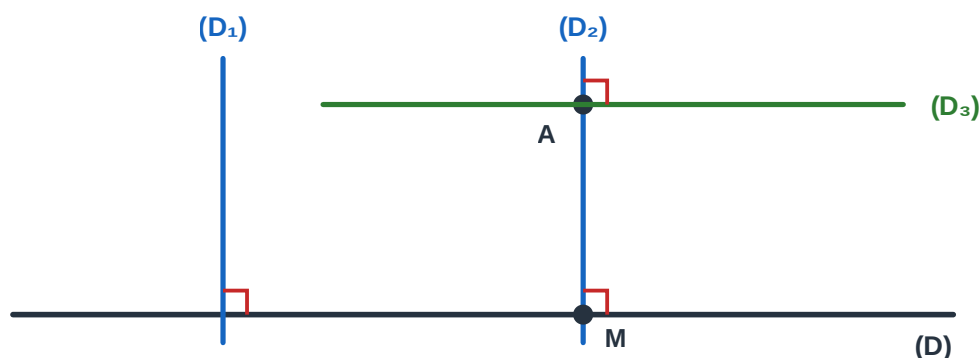


Figure 13 :  $(D_1)$  et  $(D_2)$  sont perpendiculaires à  $(D)$ , et  $(D_3)$  est perpendiculaire à  $(D_2)$ .

**Exercice 34.** Trace  $(D_1)$  et  $(D_2)$  deux droites perpendiculaires, puis place A n'appartenant ni à  $(D_1)$  ni à  $(D_2)$ . Trace la perpendiculaire  $(D_3)$  à  $(D_1)$  passant par A, puis la perpendiculaire  $(D_4)$  à  $(D_2)$  passant par A. Que peut-on dire de  $(D_3)$  et  $(D_4)$  ? Le démontrer.

**Exercice 35.** Construis un carré ABCD de 5 cm de côté. Trace  $(d)$ , la médiatrice de  $[AD]$ , et place sur  $[DC]$  un point I tel que  $DI = 2$  cm. Trace  $(D)$ , la droite passant par I et parallèle à  $(AD)$ . Montre que  $(D)$  et  $(AB)$  sont perpendiculaires.

**Exercice 36.** Deux segments  $[EF]$  et  $[GH]$  ont la même médiatrice. Que dire des droites  $(EF)$  et  $(GH)$  ? Le démontrer.

**Exercice 37.** Trace une droite  $(d)$  et place un point A qui n'appartient pas à  $(d)$ . a) Construis le pied H de la perpendiculaire à  $(d)$  passant par A. b) Place trois points M, N et P sur  $(d)$ , tous différents de H, puis compare à la règle graduée les longueurs AM, AN, AP et AH. c) Que représente la longueur AH pour le point A et la droite  $(d)$  ?

**Exercice 38.** Trace un segment  $[AB]$  de 6 cm et sa médiatrice  $(m)$ . Place un point M sur  $(m)$ , distinct du milieu de  $[AB]$ . a) Que peux-tu dire des longueurs MA et MB ? b) Quelle est la nature du triangle MAB ? Justifie.

**Exercice 39.** Vrai ou faux ? Justifie chaque réponse. a) Par un point A d'une droite  $(d)$ , il passe une seule perpendiculaire à  $(d)$ . b) La distance d'un point A à une droite  $(d)$  est la plus grande des longueurs AM, quand M parcourt  $(d)$ . c) Si H est le pied de la perpendiculaire à  $(d)$  passant par A, alors  $(AH) \perp (d)$ .

**Exercice 40.** Construis un rectangle ABCD tel que  $AB = 6$  cm et  $BC = 4$  cm. a) Trace la perpendiculaire à  $(AB)$  passant par D : en quel point coupe-t-elle  $(AB)$  ? b) Quelle est la distance du point D à la droite  $(AB)$  ? c) Quelle est la distance du point C à la droite  $(AB)$  ?

## Leçon 4 : Propriétés reliant parallélisme et perpendicularité

**Exercice 41.** Compléter par  $\perp$  ou  $\parallel$ , puis énoncer la propriété. a) Si  $(d) \perp (d')$  et  $(D) \parallel (d')$ , alors  $(D) \dots (d)$ . b) Si  $(d) \perp (d')$  et  $(D) \perp (d')$ , alors  $(D) \dots (d)$ .

**Exercice 42.** Compléter par  $\parallel$  ou  $\perp$ . a) Si  $(D_1) \parallel (D_2)$  et  $(D_1) \perp (D)$ , alors  $(D) \dots (D_2)$ . b) Si  $(D_1) \perp (D_2)$  et  $(D) \perp (D_1)$ , alors  $(D) \dots (D_2)$ . c) Si  $(D_1) \perp (D_2)$  et  $(D) \parallel (D_2)$ , alors  $(D) \dots (D_1)$ .

**Exercice 43.** Compléter par  $\perp$  ou  $\parallel$  dans chaque cas. a) Si  $(\Delta) \parallel (T)$  et  $(T) \parallel (D)$ , alors  $(D) \dots (\Delta)$ . b) Si  $(\Delta) \perp (D)$  et  $(D) \perp (D')$ , alors  $(\Delta) \dots (D')$ . c) Si  $(AB) \parallel (\Delta)$  et  $(\Delta) \perp (D)$ , alors  $(AB) \dots (D)$ .

**Exercice 44.** Recopier puis compléter. a) Si  $(d) \parallel (D)$  et  $(\Delta) \dots (d)$ , alors  $(\Delta) \perp (D)$ . b) Si  $(\Delta) \parallel (D)$  et  $(d) \dots (D)$ , alors  $(d) \parallel (\Delta)$ . c) Si  $(\Delta) \perp (d)$  et  $(D) \perp (d)$ , alors  $(D) \dots (\Delta)$ .

**Exercice 45.**  $(X)$ ,  $(Y)$ ,  $(Z)$ ,  $(T)$  désignent des droites. Traduis par un dessin les renseignements suivants, puis complète :  $(X) \perp (Y)$  ;  $(Y) \perp (Z)$  ;  $(Z) \perp (T)$ . Que peut-on dire de  $(X)$  et  $(Z)$  ? De  $(Y)$  et  $(T)$  ?

**Exercice 46.** Construis un triangle quelconque  $ABC$ . a) Trace  $(D) \perp (BC)$  passant par  $A$ . b) Trace  $(\Delta)$  passant par  $C$  et perpendiculaire à  $(BC)$ . Que dire de  $(D)$  et  $(\Delta)$  ? c) Trace  $(d)$  passant par  $A$  et parallèle à  $(BC)$ . Que dire de  $(d)$  et  $(D)$  ? De  $(d)$  et  $(\Delta)$  ?

**Exercice 47.**  $BIC$  et  $BAC$  sont deux triangles. Démontre que les hauteurs issues de  $I$  et de  $A$  (toutes deux perpendiculaires à  $(BC)$ ) sont parallèles.

**Exercice 48.** Soit  $ABC$  un triangle.  $E$  et  $F$  sont deux points distincts, tous deux équidistants de  $B$  et de  $C$ . On note  $(\Delta)$  la parallèle à  $(EF)$  passant par  $A$ . Démontre que  $(\Delta)$  est une hauteur du triangle  $ABC$ .

**Exercice 49.** Dessine deux trapèzes  $ABCD$  et  $AEFD$  ayant une base commune  $[AD]$ . Trace le quadrilatère  $BEFC$ . Quelle est sa nature ? Démontre ta réponse.

**Exercice 50.** Soit un trapèze  $ABCD$  de bases  $[AD]$  et  $[BC]$ . Les perpendiculaires à  $(BC)$  passant par  $B$  et  $C$  coupent  $(AD)$  en  $E$  et  $F$ . Démontre que  $EBCF$  est un rectangle (quadrilatère à quatre angles droits).

**Exercice 51.** On donne quatre droites  $(a)$ ,  $(b)$ ,  $(c)$  et  $(d)$  telles que  $(a) \perp (b)$ ,  $(c) \parallel (a)$  et  $(d) \parallel (b)$ . Démontre que  $(c) \perp (d)$ , en indiquant la propriété utilisée à chaque étape.

**Exercice 52.**  $ABC$  est un triangle rectangle en  $A$ . La droite  $(D)$  est la parallèle à  $(AB)$  passant par  $C$  ; la droite  $(D')$  est la parallèle à  $(AC)$  passant par  $B$ . a) Démontre que  $(D) \perp (D')$ . b) On appelle  $E$  le point d'intersection de  $(D)$  et  $(D')$ . Quelle est la nature du quadrilatère  $ABEC$  ? Justifie.

## J'APPROFONDIS

*Exercices combinant plusieurs leçons. Une sélection est corrigée en fin de chapitre.*

### Maths et vie quotidienne

**Exercice 53.** Moussa trace les limites de son champ à Bobo-Dioulasso. Il a déjà tracé deux lignes parallèles  $(D)$  et  $(D')$ . Il trace une troisième ligne  $(\Delta)$  qui coupe  $(D)$ . a) Que peut-on dire de  $(D')$  et  $(\Delta)$  ? Démontre. b) Complète : si  $(\Delta) \perp (D)$  et  $(D) \perp (D')$ , alors  $(\Delta) \dots (D')$ .

**Exercice 54.** Dans un tissu Faso Dan Fani de Koudougou, deux fils de trame sont toujours parallèles. Un fil de chaîne est perpendiculaire au premier fil de trame. Quelle est sa relation avec le second fil de trame ? Justifie par une propriété.

**Exercice 55.** A Nouna, Lassina veut planter une haie rectiligne parallèle au mur  $(M)$  de sa concession. Il plante un premier piquet  $A$ , puis mesure la distance entre  $A$  et le mur. a) Explique pourquoi cette distance doit se mesurer perpendiculairement au mur. b) Comment s'appelle, en mathématiques, le point du mur le plus proche de  $A$  ? c) Lassina trouve 3 m : que représente ce nombre pour le point  $A$  et la droite  $(M)$  ?

**Exercice 56.** A Yako, une équipe trace un terrain de handball rectangulaire. Elle tend d'abord la ligne de touche  $(T_1)$ , puis les deux lignes de but  $(B_1)$  et  $(B_2)$ , toutes deux perpendiculaires à  $(T_1)$ , puis la seconde ligne de touche  $(T_2)$ , perpendiculaire à  $(B_1)$ . a) Démontre que  $(T_2) \parallel (T_1)$ . b) Démontre que  $(T_2) \perp (B_2)$ .

**Exercice 57.** Une case traditionnelle a une base carrée. Deux murs adjacents sont perpendiculaires. Que peut-on dire des murs opposés ? Justifie.

### J'écris et j'explique

**Exercice 58.** Un élève écrit : «  $(d) \perp (\Delta)$  et  $(d') \perp (\Delta)$ , donc  $(d) \perp (d')$ . » Cette démonstration est-elle correcte ? Si non, corrige-la et écris la conclusion exacte avec la bonne propriété.

**Exercice 59.** Explique, en trois phrases « On sait que... Or... Donc... », pourquoi deux rues d'un lotissement toutes deux perpendiculaires à une même avenue ne se couperont jamais.

### Pour aller plus loin

**Exercice 60.** ABC est un triangle. Choisis U sur [AB] ; par U, trace la parallèle à (BC) qui coupe (AC) en V ; par V, la parallèle à (AB) qui coupe (BC) en W ; par W, la parallèle à (AC) qui coupe (AB) en R. Poursuis le procédé trois fois de plus, toujours dans le même ordre. Que constate-t-on ?

**Exercice 61.** Place quatre points A, B, C et D, trois à trois non alignés. Construis le centre O du cercle circonscrit au triangle ABC, puis le centre O' du cercle circonscrit au triangle ACD. Montre que (OO') est la médiatrice de [AC].

## SITUATIONS D'INTÉGRATION

*Compétence visée : résoudre, dans des situations de champ, de chantier et d'atelier, des problèmes de tracé et de contrôle d'alignements, en mobilisant le parallélisme et la perpendicularité de deux droites.*

*Ressources mobilisées : reconnaître la position relative de deux droites ; axiome d'Euclide ; propriété de la sécante à deux parallèles ; transitivité du parallélisme ; perpendiculaire à une droite passant par un point ; distance d'un point à une droite ; deux droites perpendiculaires à une même droite sont parallèles ; perpendiculaire à l'une de deux parallèles ; somme des angles d'un quadrilatère ; rédaction d'une démonstration « On sait que... Or... Donc... ».*

*Moment d'évaluation : à la fin du chapitre, une fois les quatre leçons traitées. Corrigés-types et grille de correction en fin de chapitre.*

**Situation d'intégration 1 : Le canal de la plantation de Banfora.** A Banfora, Soungalo a tendu les rangs de sa plantation de canne à sucre sur une parcelle large de 30 m. Chaque cordeau a été tendu parallèlement au précédent, à 1,50 m d'écart, du premier bord jusqu'au bord opposé. Il veut maintenant creuser en biais un canal rectiligne qui traverse toute la parcelle et qui coupe le premier rang. A chaque rang traversé, il devra poser une buse à 4 000 FCFA. La récolte est prévue en décembre et la parcelle donne environ 60 tonnes de canne. Soungalo a mis 80 000 FCFA de côté : dis-lui si cette somme suffira.

**Situation d'intégration 2 : Les planches du jardin de Ouahigouya.** Rasmata aménage un jardin d'oignons à Ouahigouya. Elle a creusé un canal rectiligne (C) et veut que chaque planche soit perpendiculaire à ce canal, pour que l'eau y entre directement. Elle trace elle-même la planche  $(P_1)$ , perpendiculaire à (C). Son aide trace ensuite la planche  $(P_2)$  perpendiculaire à  $(P_1)$  et affirme qu'elle sera, elle aussi, perpendiculaire au canal. Le kilogramme d'oignon se vend 300 FCFA et le puits est à 40 m du canal. Dis à Rasmata si elle doit accepter ce travail.

**Situation d'intégration 3 : Les lanières de l'atelier de Kaya.** Dans son atelier de Kaya, Awa fixe sur chaque sac une lanière de cuir droite, qui relie l'anneau A au bord rectiligne (d) de la pièce. En posant son

équerre contre le bord, elle trouve 12 cm entre A et le bord ; son apprenti, lui, vise un point du bord plus éloigné et trouve 15 cm. Ils doivent monter 30 sacs avec une bande de cuir de 4 m. L'atelier emploie quatre apprentis et chaque sac se vend 7 500 FCFA. Aide Awa à décider si la bande suffira.

**Situation d'intégration 4 : La fondation du chantier de Gaoua.** Jean-Paul dirige un chantier à Gaoua. Ses maçons ont tracé au sol le quadrilatère ABCD d'une fondation qui doit être rectangulaire. L'équerre de maçon confirme un angle droit en A et un angle droit en B. Au coin C, le rapporteur du géomètre indique  $92^\circ$ . La fouille est profonde de 40 cm et la livraison de ciment est prévue jeudi. Le béton ne peut être coulé que sur une fondation rectangulaire : dis à Jean-Paul ce qu'il doit faire ce matin.

**Situation d'intégration 5 : Les sillons du champ de Dédougou.** A Dédougou, le tracteur d'Ibrahim ouvre les sillons du champ de coton sur une largeur de 24 m. Le conducteur cale chaque nouveau sillon parallèlement au précédent, à 0,80 m, et s'arrête après le trente et unième. Le fils d'Ibrahim s'inquiète : selon lui, personne n'a comparé le dernier sillon au premier, et le semoir dépassera la limite du champ. Les semences ont coûté 12 000 FCFA et la récolte commencera en novembre. Tranche la question pour Ibrahim.

**Situation d'intégration 6 : La canalisation du quartier de Tenkodogo.** La mairie de Tenkodogo ouvre un nouveau quartier. L'avenue (A) est rectiligne et la rue ( $R_1$ ) lui est perpendiculaire. La rue ( $R_2$ ) est parallèle à ( $R_1$ ), à 45 m, et la rue ( $R_3$ ) est parallèle à ( $R_2$ ), à 45 m encore ; ces écarts se mesurent perpendiculairement aux rues. Martine fera poser un tuyau le long d'une ruelle perpendiculaire à ( $R_2$ ), de ( $R_1$ ) jusqu'à ( $R_3$ ). Le mètre de tuyau coûte 6 000 FCFA. Le quartier comptera 240 parcelles et 60 manguiers bordent l'avenue. Son budget de 600 000 FCFA ne paie aucune traversée de l'avenue : conseille-la.

### Corrigés des situations d'intégration (corrigés-types)

**Situation 1 (Banfora).** Les rangs ont été tendus de proche en proche : chaque cordeau est parallèle au précédent, et deux droites parallèles à une même droite sont parallèles entre elles ; de fil en fil, tous les rangs sont donc parallèles. Le canal coupe le premier rang. Or toute droite sécante à l'une de deux parallèles est sécante à l'autre : le canal coupera chacun des rangs, sans exception. Il reste à les compter, en comptant les intervalles et non les cordeaux : sur 30 m à 1,50 m d'écart, il y a  $30 \div 1,50 = 20$  intervalles, donc 21 rangs. Les buses coûteront  $21 \times 4\,000 = 84\,000$  FCFA, pour 80 000 FCFA disponibles.

**La somme ne suffit pas : il manque 4 000 FCFA à Soungalo.** S'il tient à son budget, il peut creuser le canal parallèlement aux rangs : il n'en couperait alors aucun. La date de récolte et les 60 tonnes de canne sont des données parasites.

**Situation 2 (Ouahigouya).** Ecrivons les données. La planche ( $P_1$ ) a été tracée perpendiculaire au canal, donc  $(C) \perp (P_1)$  ; l'aide a tracé ( $P_2$ ) perpendiculaire à ( $P_1$ ), donc  $(P_2) \perp (P_1)$ . Les deux angles droits regardent la même droite, ( $P_1$ ). Or, si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles entre elles. Donc  $(P_2) \parallel (C)$ . La planche de l'aide est parallèle au canal et non perpendiculaire : elle ne le rencontrera jamais, si loin qu'on la prolonge, et l'eau n'y entrera pas. **Rasmata doit refuser ce travail** et faire retracer ( $P_2$ ) perpendiculairement au canal, ce qui la rendra du même coup parallèle à ( $P_1$ ). Deux angles droits vers une même droite donnent un parallélisme, jamais un troisième angle droit. Le prix de l'oignon et la distance du puits sont des données parasites.

**Situation 3 (Kaya).** Parmi tous les segments qui joignent l'anneau A au bord (d), le plus court est celui qui aboutit au pied de la perpendiculaire. La mesure prise à l'équerre, 12 cm, est donc la distance de A au bord ;

les 15 cm de l'apprenti correspondent à un point visé en biais, et cette lanière serait inutilement longue. Avec des lanières de 12 cm, les 30 sacs demandent  $30 \times 12 = 360$  cm, soit 3,60 m, alors que la bande mesure 4 m, c'est-à-dire 400 cm. **La bande suffit, et il restera 40 cm de cuir**, à condition de fixer chaque lanière perpendiculairement au bord. En visant en biais comme l'apprenti, il faudrait  $30 \times 15 = 450$  cm, soit 4,50 m : la bande serait alors trop courte de 50 cm. Le nombre d'apprentis et le prix de vente du sac sont des données parasites.

**Situation 4 (Gaoua).** Dans tout quadrilatère, la somme des quatre angles vaut  $360^\circ$ . Les trois angles connus donnent  $90^\circ + 90^\circ + 92^\circ = 272^\circ$ , donc l'angle en D mesure  $360^\circ - 272^\circ = 88^\circ$ . Ni le coin C, ni le coin D ne sont droits : le quadrilatère ABCD n'est pas un rectangle. Les angles droits en A et en B assurent seulement que (AD) et (BC) sont parallèles, puisque ces deux droites sont perpendiculaires à la même droite (AB) ; c'est le côté [DC] qui a été mal orienté. **Jean-Paul ne doit pas laisser couler le béton ce matin** : il doit d'abord faire retracer [DC] perpendiculairement à [BC], puis contrôler à l'équerre les quatre coins. Un écart de  $2^\circ$  paraît petit, mais il fait glisser tout le mur. La profondeur de la fouille et la date de livraison du ciment sont des données parasites.

**Situation 5 (Dédougou).** Le conducteur n'a comparé chaque sillon qu'au précédent, mais cela suffit : deux droites parallèles à une même droite sont parallèles entre elles, et cette propriété se chaîne du premier sillon au dernier. Le trente et unième sillon est donc bien parallèle au premier, sans qu'aucune mesure soit nécessaire. Comptons ensuite les intervalles, et non les sillons : entre 31 sillons, il y a 30 intervalles de 0,80 m, ce qui donne  $30 \times 0,80 = 24$  m. Le dernier sillon tombe exactement sur la limite opposée du champ, large de 24 m : le semoir ne dépasse pas. **Le fils se trompe sur les deux points, et Ibrahim peut faire semer.** Le prix des semences et la date du début de récolte sont des données parasites.

**Situation 6 (Tenkodogo).** Suivons les rues une à une. On sait que  $(R_2) \parallel (R_1)$  et que  $(A) \perp (R_1)$  ; or une droite perpendiculaire à l'une de deux parallèles est perpendiculaire à l'autre, donc  $(A) \perp (R_2)$ . La ruelle est elle aussi perpendiculaire à  $(R_2)$  ; comme deux droites perpendiculaires à une même droite sont parallèles, la ruelle est parallèle à l'avenue. Elle ne la coupera donc nulle part, et aucune traversée n'est à payer. Sa longueur se compte le long des écartements :  $45 + 45 = 90$  m, soit  $90 \times 6\,000 = 540\,000$  FCFA de tuyau. **Martine peut inscrire cette canalisation au budget**, puisqu'il restera  $600\,000 - 540\,000 = 60\,000$  FCFA. Le nombre de parcelles et les manguiers de l'avenue sont des données parasites.

### Grille de correction APC

**Le barème, identique pour les six situations.** Chacun des trois critères minimaux vaut 3 points et compte 6 indicateurs observables ; le critère de perfectionnement vaut 1 point et en compte 3. Conversion : 0 à 1 indicateur validé → **0 pt** ; 2 à 3 → **1 pt** (partiel) ; 4 à 5 → **2 pts** (maîtrisé) ; 6 → **3 pts**. L'élève est déclaré **compétent** si aucun critère minimal n'est à 0 et si un seul au plus est au niveau partiel. S'il est compétent, on ajoute le critère de perfectionnement (validé si au moins 2 de ses 3 indicateurs le sont) et un **bonus de 1 point** ; sinon, ni perfectionnement ni bonus. La note est plafonnée à 10, puis multipliée par 2 pour le bulletin.

**CP — Perfectionnement (les six situations).** La production est claire, bien organisée et grammaticalement correcte ; la démarche est concise, sans calcul inutile ; la conclusion est mise en évidence et soigneusement présentée.

**Situation 1 — Le canal de la plantation de Banfora**

- **C1 Pertinence** : a compris que la question porte sur la dépense en buses, donc sur le nombre de rangs traversés ; a repéré que les cordeaux sont tendus parallèlement de proche en proche ; a relevé que le canal coupe le premier rang ; a cherché une propriété du cours au lieu de dessiner le canal et de compter sur le dessin ; a vu qu'il fallait compter les intervalles avant de compter les rangs ; a écarté la date de récolte et les 60 tonnes de canne.

- **C2 Outils** : a écrit que tous les rangs sont parallèles entre eux par transitivité ; a cité la propriété de la sécante à deux parallèles et l'a appliquée au canal ; a calculé  $30 \div 1,50 = 20$  ; a obtenu  $20 + 1 = 21$  rangs ; a calculé  $21 \times 4\,000 = 84\,000$  ; a effectué la différence  $84\,000 - 80\,000 = 4\,000$ .

- **C3 Cohérence** : a enchaîné les deux propriétés dans l'ordre, parallélisme puis sécante ; a distingué les mètres des FCFA sans mélanger les deux unités ; a jugé plausible qu'une parcelle de 30 m de large porte une vingtaine de rangs ; a comparé les 84 000 FCFA de buses aux 80 000 FCFA disponibles ; a énoncé nettement que la somme ne suffit pas ; a rendu la réponse utile à Soungalo en chiffrant le manque ou en proposant un canal parallèle aux rangs.

### Situation 2 — Les planches du jardin de Ouahigouya

- **C1 Pertinence** : a compris qu'il fallait juger l'affirmation de l'aide, et non retracer le jardin ; a repéré les deux angles droits de l'énoncé ; a identifié  $(P_1)$  comme la droite commune aux deux angles droits ; a vu que la question porte sur la position de  $(P_2)$  par rapport au canal ; a choisi la propriété reliant deux perpendiculaires à une même droite ; a écarté le prix de l'oignon et la distance du puits.

- **C2 Outils** : a traduit l'énoncé par  $(C) \perp (P_1)$  ; a traduit l'énoncé par  $(P_2) \perp (P_1)$  ; a énoncé sans faute la propriété « deux droites perpendiculaires à une même droite sont parallèles » ; a écrit la conclusion  $(P_2) \parallel (C)$  ; a rédigé selon le modèle « On sait que... Or... Donc... » ; a codé la figure avec les deux angles droits sans y prendre aucune mesure.

- **C3 Cohérence** : n'a pas conclu à un troisième angle droit par réflexe ; a exprimé la réponse en position relative et non en longueur ; a traduit le parallélisme obtenu par le fait que la planche ne rejoint jamais le canal ; a confronté ce résultat à l'exigence de Rasmata, qui voulait des planches perpendiculaires ; a formulé un refus net et motivé ; a indiqué à Rasmata la correction à faire exécuter.

### Situation 3 — Les lanières de l'atelier de Kaya

- **C1 Pertinence** : a compris que la question est celle de la longueur totale de cuir nécessaire ; a reconnu dans la mesure prise à l'équerre la distance de l'anneau au bord ; a compris que la mesure de l'apprenti correspond à un segment oblique, donc plus long ; a choisi la longueur la plus courte pour la lanière ; a vu qu'il fallait ramener les deux longueurs à la même unité que la bande ; a écarté le nombre d'apprentis et le prix de vente du sac.

- **C2 Outils** : a désigné le pied de la perpendiculaire comme point d'aboutissement de la lanière ; a retenu 12 cm comme longueur d'une lanière ; a calculé  $30 \times 12 = 360$  ; a converti 360 cm en 3,60 m, ou 4 m en 400 cm ; a calculé la réserve  $400 - 360 = 40$  ; a calculé  $30 \times 15 = 450$  pour la variante de l'apprenti.

- **C3 Cohérence** : a comparé deux longueurs exprimées dans la même unité ; a écrit les résultats avec les unités, cm ou m ; a jugé plausible qu'un sac porte une lanière de quelques centimètres ; a comparé les 3,60 m nécessaires aux 4 m de la bande ; a annoncé clairement que la bande suffit ; a précisé à Awa la condition, fixer la lanière perpendiculairement au bord, faute de quoi la bande manquerait.

### Situation 4 — La fondation du chantier de Gaoua

- **C1 Pertinence** : a compris qu'il fallait contrôler la fondation avant de décider du bétonnage ; a relevé les trois angles connus du quadrilatère ; a pensé à la somme des angles d'un quadrilatère pour atteindre le quatrième ; a compris qu'un rectangle exige quatre angles droits, et pas seulement deux ; a repéré le côté mal orienté ; a écarté la profondeur de la fouille et la date de livraison du ciment.
- **C2 Outils** : a écrit la somme des angles d'un quadrilatère,  $360^\circ$  ; a calculé  $90 + 90 + 92 = 272$  ; a calculé  $360 - 272 = 88$  pour l'angle en D ; a écrit  $(AD) \perp (AB)$  et  $(BC) \perp (AB)$  ; a déduit  $(AD) \parallel (BC)$  par la propriété des perpendiculaires à une même droite ; a conclu que ABCD n'est pas un rectangle.
- **C3 Cohérence** : a enchaîné le calcul de l'angle en D et la conclusion sur la nature du quadrilatère ; a écrit les angles en degrés ; a trouvé pour D une valeur inférieure à  $90^\circ$ , cohérente avec l'excès mesuré en C ; a comparé  $92^\circ$  et  $88^\circ$  à l'angle droit exigé ; a formulé nettement l'interdiction de couler le béton ; a dit à Jean-Paul quel côté reprendre avant de continuer.

#### Situation 5 — Les sillons du champ de Dédougou

- **C1 Pertinence** : a compris que deux reproches distincts sont faits et qu'il faut se prononcer sur chacun ; a vu que le parallélisme se transmet d'un sillon au suivant ; a compris qu'aucune mesure n'est nécessaire pour le premier reproche ; a vu que le second reproche demande la largeur occupée par les 31 sillons ; a compté les intervalles et non les sillons ; a écarté le prix des semences et la date de récolte.
- **C2 Outils** : a écrit la chaîne de parallélismes du premier au dernier sillon ; a cité la transitivité du parallélisme ; a conclu que le trente et unième sillon est parallèle au premier ; a obtenu  $31 - 1 = 30$  intervalles ; a calculé  $30 \times 0,80 = 24$  ; a rapproché ce 24 de la largeur du champ.
- **C3 Cohérence** : a traité les deux reproches l'un après l'autre sans les confondre ; a exprimé la largeur en mètres ; a jugé plausible un écartement de 0,80 m entre deux sillons de coton ; a comparé les 24 m occupés aux 24 m de large du champ ; a tranché nettement en disant que le fils se trompe ; a rassuré Ibrahim en lui disant qu'il peut faire semer.

#### Situation 6 — La canalisation du quartier de Tenkodogo

- **C1 Pertinence** : a compris que la décision dépend à la fois du tracé et de la dépense ; a repéré la suite de rues parallèles et l'angle droit sur l'avenue ; a vu qu'il fallait d'abord établir la position de la ruelle par rapport à l'avenue ; a compris que le budget ne sera tenu que si la ruelle ne coupe pas l'avenue ; a vu que la longueur de la ruelle s'obtient en ajoutant les deux écartements ; a écarté le nombre de parcelles et les manguiers de l'avenue.
- **C2 Outils** : a écrit  $(R_2) \parallel (R_1)$  et  $(A) \perp (R_1)$  ; a appliqué la propriété de la perpendiculaire à l'une de deux parallèles pour obtenir  $(A) \perp (R_2)$  ; a écrit que la ruelle et l'avenue sont toutes deux perpendiculaires à  $(R_2)$  ; a conclu que la ruelle est parallèle à l'avenue ; a calculé  $45 + 45 = 90$  ; a calculé  $90 \times 6\,000 = 540\,000$ .
- **C3 Cohérence** : a mené les deux étapes de démonstration dans l'ordre avant de calculer ; a distingué les mètres de tuyau des FCFA de dépense ; a jugé plausible une ruelle de 90 m dans un quartier neuf ; a comparé les 540 000 FCFA au budget de 600 000 FCFA ; a donné une réponse favorable claire, appuyée sur les deux conditions ; a signalé à Martine le reliquat disponible et l'absence de traversée à financer.